闪算系列

开心速算

Cheerful Rapid Calculation

刘开云 王 毅◎编著

数学思维培养经典读物

扫一扫书中的二维码，作者的30段精彩视频随时陪伴

全新视野，微课视频与文字叙述同步展开

重算理推导，数学思想方法贯彻始终

讲技巧开脑洞，切实提高计算力

中国工信出版集团 电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

闪算系列

开 心 速 算

刘开云　王　毅　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书按照“题型→算法→算理→例题→练习”的顺序安排内容，化归、分类、综合、数形结合、逆向、发散等数学思想方法贯通全书，力求提高辨析力和决断力。像 16×18，36×34，$713\div25$，879×999，27×78，$836\div11$，97×94，47^2，118^2，$\sqrt{7569}$，$\sqrt[3]{39304}$ 类型的题目，掌握了计算诀窍，即可轻松口算出。

针对主要知识点，编著者做了 30 段微课，进行视频讲解。想学什么，只要扫一扫书中的二维码，随时可以和编著者“一对一”学习。

图书在版编目（CIP）数据

开心速算 / 刘开云，王毅编著. —北京：电子工业出版社，2017.3

（闪算系列）

ISBN 978-7-121-30951-9

Ⅰ. ①开… Ⅱ. ①刘… ②王… Ⅲ. ①速算－中小学－课外读物 Ⅳ. ①G634.613

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 029722 号

策划编辑：贾　贺　徐云鹏
责任编辑：徐云鹏
印　　刷：
装　　订：
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：720×1 000　1/16　印张：7.75　字数：112.5 千字
版　　次：2017 年 3 月第 1 版
印　　次：2017 年 3 月第 1 次印刷
定　　价：26.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254442。

前　　言

数学是科学的语言，计算是数学的精华。本书与你共同探讨高效实用、简单易学、终生受益的计算诀窍。

我们先来看看下面的题目：

（1）16×18　　（2）32×38

（3）$724\div25$　　（4）879×999

（5）$836\div11$　　（6）68×72

（7）27×78　　（8）97×94

（9）47^2　　（10）118^2

（11）$\sqrt{7569}$（平方根为两位数）

（12）$\sqrt[3]{39304}$（立方根为两位数）

“立刻”口算出答案，这可能吗？完全可能！只要掌握了计算诀窍，就能轻松算出。

本书按照“题型（题目特征）→算法→算理（为什么能这么算）→例题→练习”的顺序安排内容，将化归、分类、综合、数形结合、逆向、发散等数学思想方法贯通全书。打开记忆宝库，拓展计算空间，随心转换算式，化繁为简，寻找简单、更简单的计算方法。在追求方便易行、灵活快捷的计算中，放开思维，激发灵感，在既定的规则中释放富有生机的发现与创新！

有人说，现在计算器、智能工具如此普及，动动手指就出答案，不必太重视计算。真的吗？生活中处处有计算，不可能随时随地依靠计算工具，速算得出答案很实用。重要的是，计算是学习数学和其他学科的基础。计算能力强的同学，作业节约时间，考试赢得时间，学习轻松、成绩优异、兴趣盎然。

计算不是单一的数学能力，需要融会贯通地应用运算方法与逻辑思

维等技能。没有真正理解算理和系统掌握算法，容易导致思维僵化和计算速度过慢，甚至影响其他学科的学习。本书重视每种计算方法算理的推导和数学思想方法的渗透，力求提高辨析力和决断力。我们希望大家在提高计算能力的同时获得自信，享受速算的快乐。

《一学就会的闪算》一书出版后，周边许多朋友以及很多不相识的读者通过出版社等渠道，邀请编者为自己的孩子辅导或是办培训班。我们写书的目的，就是希望更多的人受益。本书是《一学就会的闪算》的简易本，为答谢大家的盛情，编著者特别针对全书主要知识点专门制作了 30 段微课，进行视频讲解。这些微课与文字阐述相得益彰既能加深对内容的理解，提高学习的效率，又利于读者扫一扫书中的二维码，随时可与编著者进行“一对一”学习。

本书适用于小学三至六年级和中学同学使用。

在此，感谢北京大学附属小学王皓、王德荣、沈雪瑶老师给予的指点与帮助。

刘开云　王　毅

目　　录

开篇

补数和剩余数

运用补数和剩余数能简化许多计算。

在正式开始我们的旅程之前，大家先了解一下速算中常常用到的补数和剩余数。

补数

“两数相加恰好凑成十、百、千、万的，就叫一个数是另一个数的‘补数’。”（中科院院士、教授刘后一《算得快》）

例如，2＋8＝10，2 是 8 的补数，8 是 2 的补数，2 和 8 互为补数。又如，3＋97＝100，3 是 97 的补数，97 是 3 的补数，即 3 和 97 互为补数。

“补数是一个数为成为某个标准数所需要加的数，一个数的补数有 2 个。”（高桥清一《有趣的印度数学》）

例如，以 20 为标准数，16 加 4 等于 20，16 和 4 互为补数。

本书在计算中，把**一个数比标准数少的数称为这个数的补数**。例如，82 比标准数 100 少 18，18 是 82 的补数。又如，47 比标准数 50 少 3，3 是 47 的补数。

怎样求补数？**补数＝标准数－已知数。**

以 10 为标准数，6 的补数是：10－6＝4。以 20 为标准数，17 的补数是：20－17＝3。以 100 为标准数，92 的补数是：100－92＝8。一位数和两位数的补数是最好算也是最常用的。求较大数的补数，同样应该做到“眼看题目，口出得数”。

以 100，1000，10000，……为标准数，求补数

计算方法

方法一，**向高位借 1，非个位用 9 减，个位用 10 减。**

例如，以 1000 为标准数，求 768 的补数：向千位借 1，百位 9－7＝2，十位 9－6＝3，个位 10－8＝2，232 是 768 的补数。

方法二，**向高位借 1，先用 9 减减数的每一位数，差再加上 1。**

例如，以 10000 为标准数，求 5768 的补数：向万位借 1，千位 9－5＝4，百位 9－7＝2，十位 9－6＝3，个位 9－8＝1，差 4231＋1＝4232，

4232 是 5768 的补数。

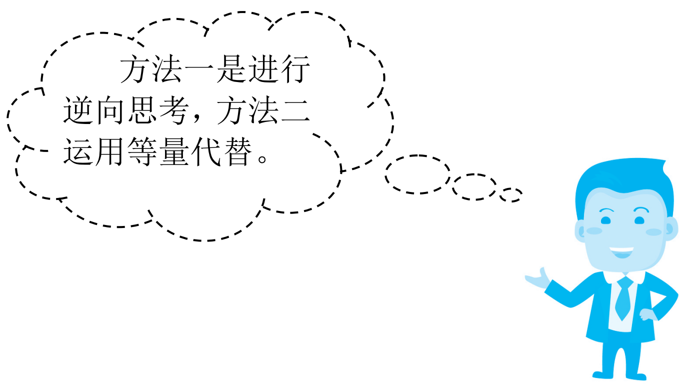
算理探究

为什么可以这样算呢?

方法一是根据加法逆推而来：两个数的个位数相加等于 10，其他各位的数相加等于 9，具有这样特点的两个数的和一定是 10、100、1000、10000……。如：

$$\begin{array}{r}6\\+\ 4\\\hline 10\end{array}\qquad\begin{array}{r}73\\+\ 27\\\hline 100\end{array}\qquad\begin{array}{r}352\\+\ 648\\\hline 1000\end{array}\qquad\begin{array}{r}7629\\+\ 2371\\\hline 10000\end{array}$$

方法二是这样推导出：10＝9＋1，100＝99＋1，1000＝999＋1，……，当 10，100，1000，……是被减数时，向高位借 1，用 9，99，999，……减减数的每一位，最后把差加 1。



例题

例 1．以 100 为标准数，求 54 的补数。

这样想：方法一，向百位借 1，十位 9－5＝4，个位 10－4＝6。

方法二，向百位借 1，十位 9－5＝4，个位 9－4＝5，差 45＋1＝46。

以 100 为标准，54 的补数是 46。

例 2．以 1000 为标准，求 329 的补数。

这样想：方法一，向千位借 1，百位 9－3＝6，十位 9－2＝7，个位 10－9＝1。

方法二，向千位借 1，百位 9－3＝6，十位 9－2＝7，个位 9－9＝0，差 670＋1＝671。

以 1000 为标准，329 的补数是 671。

微课 1　补数

剩余数

本书在计算中，把**一个数比标准数多的数称为剩余数**。

以 10 为标准数，16 比 10 多 6，6 是剩余数。57 比标准数 50 多 7，7 是剩余数。112 比 100 多 12，12 是 112 以 100 为标准数的剩余数。

剩余数＝已知数－标准数。

本书没有专门研究加、减法的速算，巧用补数可以有效提高加、减的运算速度。

例如，876＋438＝1438－124＝1314

又如，4763－889＝3763＋111＝3874

不妨琢磨一下上述题目的第二步是怎么得出的，明白了，就掌握了一把速算加、减的“金钥匙”。

提示：876＝1000－124；889＝1000－111。

说明：

a. 本书中的“一个数”都是指不等于 0 的正整数。

b. 本书研究的速算方法同样适用于小数（计算中请注意小数点的位置）。

练习题一

1．填表

标准数是 100

已知数	23	47	8	108	117	84	99
补　数							
剩余数							

2．计算

（1）100－68＝　　　　（2）100－54＝

（3）1000－823＝　　　　（4）1000－732＝

（5）10000－4873＝　　　　（6）10000－1228＝

（7）3600－4＝　　　　（8）6700－84＝

第 1 章　乘 5 与除以 5，乘 25 与除以 25

计算下面的题目，你会用多少时间？

783×5＝　　　　　　　142÷5＝

25×813＝　　　　　　576÷25＝

运用等式传递、分类研究等方法推导出的速算方法，让你轻松“立刻”得数。

1.1　一个数乘 5

例如，24×5，5×567。

计算方法

- **1 个数÷2。能整除，在商的后面添 0；不能整除，在整数商的后面添 5。**

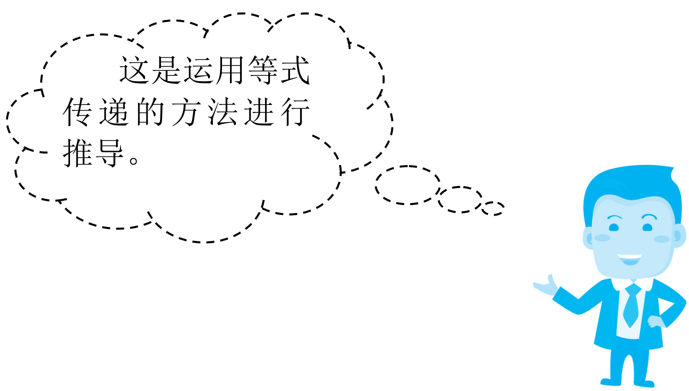
24×5：24÷2＝12，在 12 后面添 0，即 24×5＝120。

5×567：567÷2＝283……1，在 283 后面添 5，即 567×5＝2835。

算理探究

为什么能这样计算呢？

“一个数×5＝一个数×10÷2＝一个数÷2×10”。一个整数除以 2，一种情况是能整除，另一种情况是不能整除。整除即得数是整数，整数乘 10，就在整数后添 0；不能整除，余数是 1，1×10÷2＝5，在整数商后添 5。



偶数×5，积的个位是 0；
奇数×5，积的个位是 5。

例题

例 1．计算 5×86。

这样想：86÷2＝43，43 后面添 0。

5×86＝430。

例 2．计算 783×5。

这样想：783÷2＝391……1，391 后面添 5。

783×5＝3915。

例 3．计算 2764×5。

这样想：2764÷2＝1382，1382 后面接着写一个 0。

2764×5＝13820。

微课 2　乘 5

1.2　一个数除以 5

例如，90÷5，169÷5。

计算方法

- **1 个数的个位上是 0，直接去掉个位 0 后乘 2。**
- **1 个数的个位上不是 0，个位前数位上的数乘 2，个位数除以 5，**

再把两部分的计算结果合并。

90÷5：去掉 90 个位上的 0，9×2＝18，18 是原式的商。

169÷5：个位前的数（十位、百位上的数）16×2＝32，个位数 9÷5＝1 余 4，把两部分的计算结果合在一起，32＋1＝33 是原题的整数商，余数 4 是原题的余数，即 169÷5＝33……4。

算理探究

为什么能这样计算呢?

“一个数÷5＝一个数÷10×2”。

如果这个数个位上是 0，直接除以 10，即去掉个位上的 0，再乘 2，得出计算结果。

如果这个数个位上不是 0，就从个位前把这个数分为两部分：整十数（几个十或几十个十等）和个位数。整十数能被 10 整除，“整十数÷10×2”得到“个位前数位上的数×2”；个位数除以 5 很好算。最后把两部分的计算结果合并起来就是算式的计算结果。

我们通过具体题目加以理解。

题 1．计算 630÷5。

630÷5＝630÷10×2＝63×2＝126，所以 630 直接消去 0，再用 63×2，积 126 是原式的商。

630÷5＝126。

题 2．计算 869÷5。

869÷5
＝（860＋9）÷5
＝860÷5＋9÷5
＝860÷10×2＋9÷5
＝ 86 × 2 ＋ 9 ÷ 5

个位前的数×2　　　　个位数÷5

172　　　　　　　　1……4

合并

$=173\cdots\cdots4$（如果学习了分数、小数，商是 $173\frac{4}{5}$ 或 173.8）

这道题分开两部分计算简单。

把被除数分成整十数和个位数两部分，再分别除以 5，最后把计算结果合并起来。这是从整体把握，分类讨论，再进行综合，找到简捷解决问题的策略。在数学研究和日常生活中常常会用分类综合方法解决问题。

例题

例 1．计算 270÷5。

这样想：27 去掉个位 0，27×2＝54。

$270 \div 5 = 54$。

例 2．计算 $3105 \div 5$。

这样想：个位前数位上的 $310 \times 2 = 620$，个位 $5 \div 5 = 1$，积和商合起来 $620 + 1 = 621$。

$3105 \div 5 = 621$。

例 3．计算 $4327 \div 5$。

这样想：个位前数位上的 $432 \times 2 = 864$，个位上的 $7 \div 5 = 1 \cdots\cdots 2$，两部分合起来，865 余 2 是原题的计算结果。

$4327 \div 5 = 865 \cdots\cdots 2$。

（如果学习了分数、小数，商是 $865\frac{2}{5}$ 或 865.4）

思考：一个数除以 5 的计算方法，只需要记住“个位前数位上的数除乘 2，个位数除以 5，再把两部分的计算结果合并”即可。这是为什么呢？

微课 3　除以 5

练习题二

1.（1）$5 \times 37 =$　　（2）$86 \times 5 =$

（3）$624 \times 5 =$　　（4）$5 \times 461 =$

（5）$5431 \times 5 =$　　（6）$5 \times 1234 =$

2.（1）$80 \div 5 =$　　（2）$98 \div 5 =$

（3）$139 \div 5 =$　　（4）$315 \div 5 =$

（5）$4423 \div 5 =$　　（6）$7180 \div 5 =$

1.3　一个数乘 25

例如，72×25，25×167。

计算方法：

- **1 个数÷4。能整除，在商的后面添两个 0；不能整除，在整数商的后面添余数乘 25 的积。**

72×25：72÷4＝18，在 18 后面添两个 0，即 72×25＝1800。

25×167：167÷4＝41……3，在 41 后面添上 3×25＝75，即 167×25＝4175。

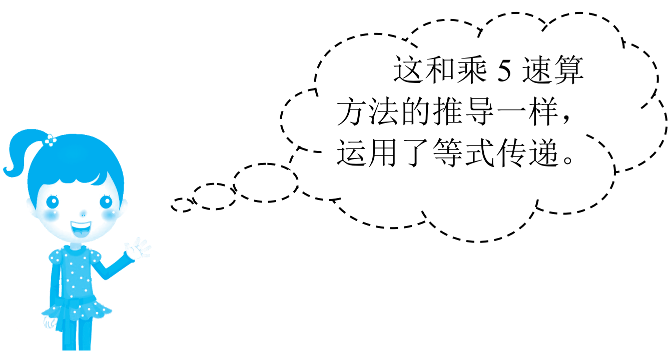
算理探究

为什么能这样计算呢？

“一个数×25＝一个数×100÷4＝一个数÷4×100”。

如果这个数能被 4 整除，用商再乘 100，也就是在商后面添 2 个 0。

如果这个数不能被 4 整除，余数可能是 1，2，3，余数 1×100÷4＝25，余数 2×100÷4＝50，余数 3×100÷4＝75，也就是在整数商后添余数乘 25 的积。



例题

例 1. 计算（1）56×25；（2）57×25；（3）58×25；（4）59×25。

这样想：（1）56×25，56÷4＝14，积是 1400。

（2）57×25，57÷4＝14……1，25×1＝25，积是 1425。

（3）58×25，58÷4＝14……2，25×2＝50，积是 1450。

（4）59×25，59÷4＝14……3，25×3＝75，积是 1475。

（1）56×25＝1400。

（2）57×25＝1425。

（3）58×25＝1450。

（4）59×25＝1475。

例 2．计算 876×25。

这样想：876÷4＝219，219 后面添 2 个 0。

876×25＝21900。

例 3．计算 286×25。

这样想：286÷4＝71……2，71 后面添 2 个 25 的积 50。

286×25＝7150。

注意：熟记 25×2 = 50，25×3 = 75。

微课 4　乘 25

1.4　一个数除以 25

例如，1700÷25，589÷25。

计算方法

- **1 个数的末两位都是 0，直接去掉末两位 0 后乘 4。**
- **1 个数的末两位不都是 0，十位前数位上的数乘 4，末两位数除以 25，再把两部分的计算结果合并。**

1700÷25，17×4＝68，68 是 1700÷25 的商。

589÷25，百位上的 5×4＝20，89÷25＝3…14，把计算结果合起来，

23 是 589÷25 的整数商，14 是余数。

算理探究

为什么能这样计算呢?

“一个数÷25＝一个数÷100×4”。

如果这个数十位个位都是 0，直接除以 100，即去掉末两位上的 0，再乘 4，得出计算结果。

如果这个数十位个位不都是 0，就从十位前把这个数分为两部分：整百数（几个百或几十个百等）和末两位数。整百数能被 100 整除，“整百数÷100×4”得出“十位前数位上的数×4”；末两位数除以 25 很好算。最后把两部分的计算结果合并起来就是算式的计算结果。

我们再通过具体题目加以理解。

题 1．计算 1200÷25

1200÷25＝1200÷100×4＝12×4＝48，所以 1200 直接消去两个 0，用 12×4＝48，48 是原式的商。

1200÷25＝48。

题 2．计算 589÷25。

589÷25

＝（500＋89）÷25

＝500÷25＋89÷25

＝500÷100×4＋89÷25

＝5 × 4 ＋ 89 ÷ 25

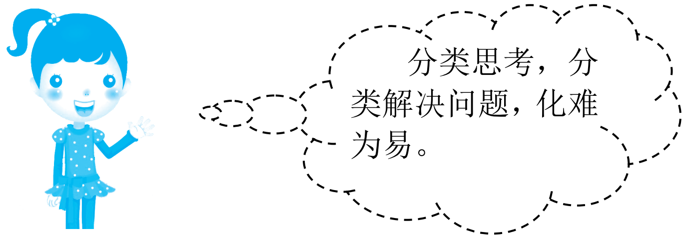
十位前的数×4　末两位数÷25

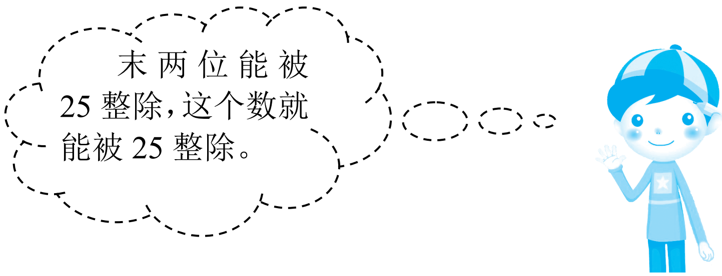
20　3……14

合并

＝23……14

（如果学习了分数、小数，商是 $23\frac{14}{25}$ 或 23.56）





例题

例 1．计算 5600÷25。

这样想：5600 的末两位都是 0，直接去掉末两位的 0，用 56×4＝224，224 是原式的商。

5600÷25＝224。

例 2．计算 450÷25。

这样想：450 虽然个位是 0，但十位不是 0，所以用百位上的 4×4＝16，末两位 50÷25＝2，积和商合起来 16＋2＝18，18 是原式的商。

450÷25＝18。

例 3．计算 924÷25。

这样想：百位上的 9×4＝36，末两位 24 比 25 小，24 是余数。

924÷25＝36……24（学习了分数、小数，商是 $36\frac{24}{25}$ 或 36.96）。

例 4．计算 2456÷25。

这样想：十位前数位上的 24×4＝96，末两位 56÷25＝2……6，两次计算结果合并起来，98……6 是原式的计算结果。

2456÷25＝98……6（或 $98\frac{6}{25}$，98.24）

思考：一个数除以 25 的计算方法，只需要记住“十位前的数乘 4，末两位数除以 25，再把两部分的计算结果合并”即可。为什么呢？

微课 5　除以 25

我们研究了“乘 5 与除以 5”，“乘 25 与除以 25”的速算方法，请你尝试推导“乘 125”与“除以 125”的速算方法。

一个数乘 125 的计算方法：

- **1 个数÷8。能整除，在商的后面添 3 个 0；不能整除，在商的后面添余数乘 125 的积。**

例如，96×125：96÷8＝12，在 12 后面接着写 3 个 0，12000 是原式的积。

又如，26×125：26÷8＝3……2，2×125＝250，在 3 后面接着写 250，3250 是原式的积。

一个数除以 125 的计算方法：

- **百位前数位上的数乘 8，末三位数除以 125，再把两部分的计算结果合并。**

例如，13000÷125：13×8＝104，104 是原式的商。

又如，3127÷125：3×8＝24，127÷125＝1……2，24＋1＝25，25……2（或 $25\frac{2}{125}$、25.016）是原式的计算结果。

注意：熟记 125×2＝250，125×3＝375，125×4＝500，125×5＝625，125×6＝750，125×7＝875。

练习题三

1. （1）$64\times25=$　　（2）$87\times25=$

（3）$25\times48=$　　（4）$124\times25=$

（5）$25\times252=$　　（6）$25\times809=$

2. （1）$700\div25=$　　（2）$321\div25=$

（3）$950\div25=$　　（4）$467\div25=$

（5）$512\div25=$　　（6）$1203\div25=$

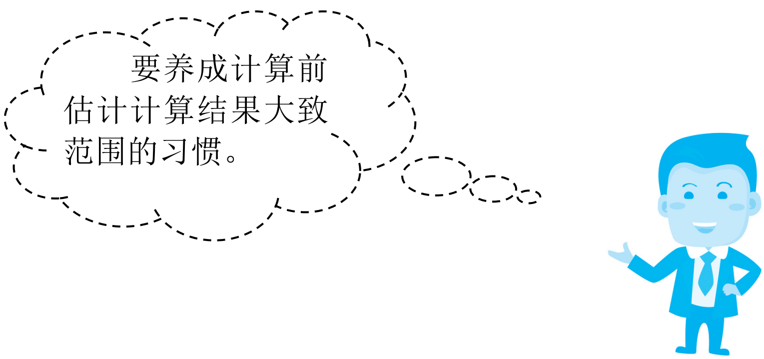
第 2 章　乘 11 与除以 11

乘 11 的速算方法是从竖式“看出”的；能被 11 整除的算式的商是运用逆推法推出的。

2.1　两位数乘 11

例如，62×11，11×76。

两位数乘 11，积是三位数或四位数。这是因为最小的两位数 10×11＝110，最小的三位数 100×11＝1100，所以，两位数乘 11 的积是大于等于 110，小于 1100 的三位数、四位数。



计算方法

- **两边一拉，中间相加，满十进一。**

62×11，6（6＋2）2→ 682，即 62×11＝682。

11×76，7（7＋6）6→7（13）6→836，十位上 7＋6＝13，满十向百位进一，即 11×76＝836。

算理探究

为什么能这样计算呢?

我们来观察下面的计算：

$$62\times11=682$$

$$\begin{array}{r} 6\quad 2 \\ \times\quad 1\quad 1 \end{array}$$

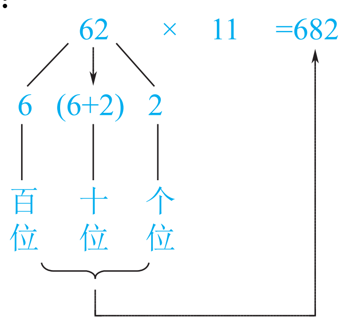
```
      6 2
    6 2
    ———————
    6 8 2
```

积的百位6与因数62的十位数相同。

积的个位2与因数62的个位数相同。

积的十位8等于因数的个位、十位上的数6+2的和。

上面的算式这样理解：



即：两边一拉，中间相加。

再观察下题：

28×11＝308

```
        2 8
  ×     1 1
  ———————————
        2 8
      2 8
  ———————————
      3 0 8
```

百位2加进位1等于3。

积的十位2+8=10，满10向百位进1，十位是0。

个位8与因数28的个位数相同。

即：两边一拉，中间相加，十位满 10 向百位进 1。

注意：想又准又快算两位数乘 11，要先看非 11 的因数“中间相加”即十位上的数加个位数的和：如果和不满 10，把和插到两位数中间得出积；如果和满 10，十位上的数加 1 是百位数，和的个位数插中间是十位数，个位数不变，得出积。

例题

例 1．计算 72×11。

这样想：十位上 7＋2＝9，9 插 72 中间，积是 792。

72×11＝792。

例 2．计算 11×84。

这样想：8＋4＝12，百位多写 1 为 9，十位是 2，个位是 4，积是 924。

11×84＝924。

例 3．计算 92×11。

这样想：9＋2＝11，百位多写 1 为 10（千位百位），十位是 1，个位是 2，积是 1012。

92×11＝1012。

微课 6　两位数乘 11

2.2　三位数乘 11

例如，342×11，11×867。

最小的三位数 100×11=1100，最小的四位数 1000×11=11000，所以三位数乘 11 的积是大于等于 1100，小于 11000 的四位数、五位数。

计算方法

- **两边一拉，中间两两相加，满十进一。**

342×11，3（3+4）（4+2）2→ 3762，即 342×11=3762。

11×867，8（8+6）（6+7）7→8（14）（13）7→9537，百位上 8+6=14，满十向千位进一，千位 8+1=9，百位是 4，十位上 6+7=13，满十向百位进一，百位 4+1=5，十位是 3，个位是 7，即 11×867=9537。

算理探究

为什么能这样计算呢?

我们来观察下面的计算：

342×11=3762。

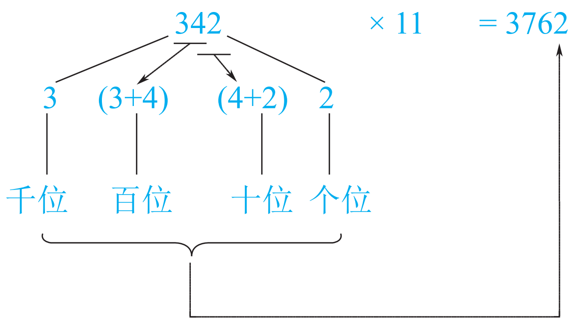
$$\begin{array}{r} 342 \\ \times\quad 11 \\ \hline 342 \\ 342 \\ \hline 3762 \end{array}$$

积的千位 3 与因数 342 的百位数相同。

积的个位 2 与因数 342 的个位数相同。

积的百位 7 等于因数百位、十位上的数 3+4 的和，积的十位 6 等于因数的个位、十位上的数 4+2 的和。

上面的算式这样理解：



即：两边一拉，中间两两相加。

再观察下题：

11×867＝867×11＝9537。

$$
\begin{array}{r}
867 \\
\times \quad 11 \\
\hline
867 \\
867 \\
\hline
9537
\end{array}
$$

千位 8 加进位 1 等于 9。

个位 7 与因数 867 的个位数相同。

积的百位 8＋6＝14，满 10 向千位进 1，十位 6＋7＝13，满 10 向百位进 1，百位是 5，十位是 3。

即：两边一拉，中间两两相加，满十进一。

例题

例 1．计算 326×11。

这样想：千位是 3，百位上 3＋2＝5，十位上 2＋6＝8，个位是 6，积是 3586。

326×11＝3586。

例 2．计算 11×267。

这样想：千位是 2，百位上 2＋6＝8，十位上 6＋7＝13，向百位进

1，百位是 9，十位是 3，个位是 7，积是 2937。

11×267＝2937。

例 3．计算 982×11。

这样想：算前位看后位，后位满十先进位。百位上 9＋8＝17，千位 9＋1＝10，十位上 8＋2＝10，向百位进 1，百位 7+1=8，十位是 0，个位是 2，积是 10802。

982×11＝10802。

微课 7　三位数乘 11

2.3　一个能被 11 整除的三位数除以 11

能被 11 整除的三位数除以 11，我们按“一眼看出能被 11 整除”和“算一下才知道能被 11 整除”两种情况进行研究。

（1）“一眼看出能被 11 整除”，即被除数十位上的数等于百位上的数与个位数的和。

例如 198÷11，9＝1＋8。又如 473÷11，7＝4＋3。

计算方法

商的十位数是被除数百位上的数，商的个位数是被除数的个位数。

198÷11，商的十位数是 198 百位上的 1，商的个位数是 198 个位上的 8，18 是原式的商。

473÷11，商的十位数是 473 百位上的 4，商的个位数是 473 的个位上的 3，43 是原式的商。

（2）“算一下才知道能被 11 整除”，即被除数十位上的数加 10 的和，减百位上的数减 1 的差，得数与个位数相等。

例如 924÷11，（2＋10）－（9－1）＝12－8＝4（计算时可以直

接算 12－8），差与个位 4 相同。又如，715÷11，11－6＝5，差与个位 5 相同。

计算方法

商的十位数是被除数百位上的数减 1，商的个位数是被除数的个位数。

924÷11，商的十位数是 924 百位上的 9 减 1 等于 8，商的个位数是 924 的个位数 4，84 是原式的商。

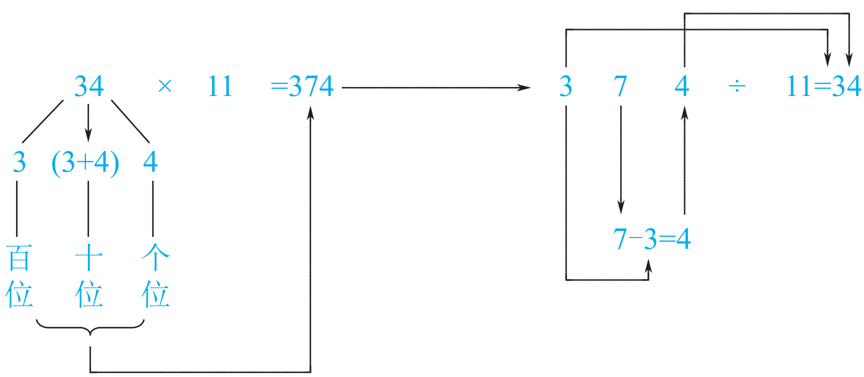
715÷11，商的十位数是 715 百位上的 7 减 1 等于 6，商的个位数是 715 的个位数 5，65 是原式的商。

算理探究

为什么能这样计算呢？

除法是乘法的逆运算。

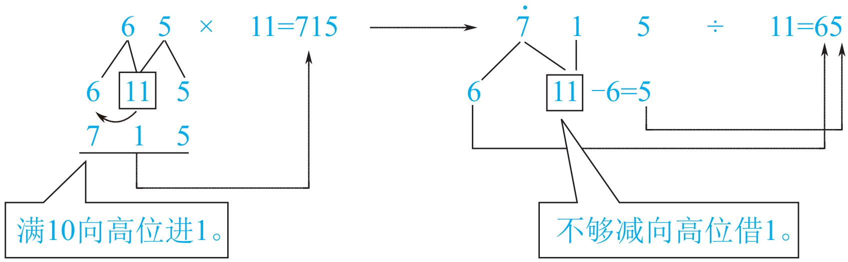
下图中，34×11＝374，374÷11＝34。乘法的积 374 就是除法中的被除数，因数 34 是除法的商。



观察上图左，34×11：3＋4＝7（不满 10），积是 374。

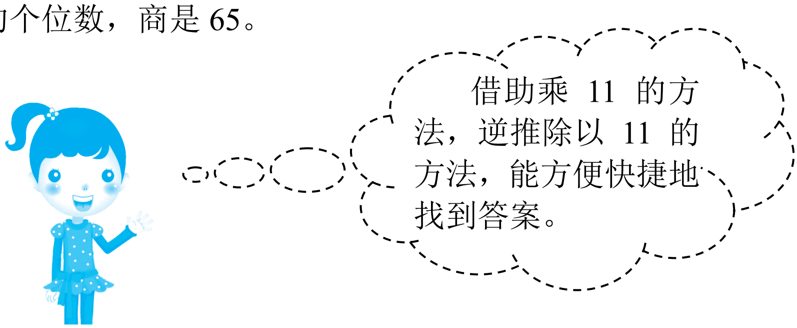
观察上图右，被除数 374 十位上的 7 减百位上的 3 得个位数 4，3 是商的十位数，4 是商的个位数，商是 34。

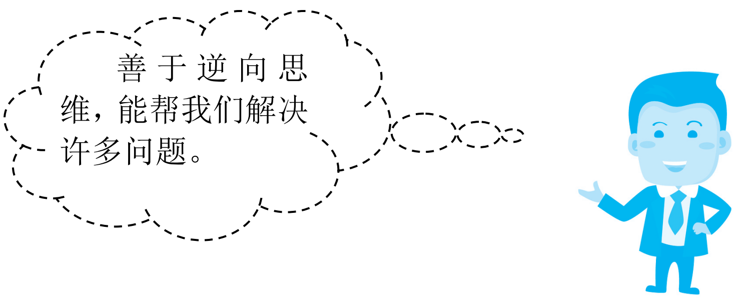
再看下图：65×11＝715，715÷11＝65。乘法的积 715 就是除法中的被除数，因数 65 是除法的商。



观察上图左，65×11：6+5=11，满 10 向百位进 1，百位 6+1=7，十位是 1，个位 5，积是 715。

观察上图右，被除数 715 十位上的 1 不够减百位上的 7，向百位借 1，百位剩 6，十位 11−6 得 5，与个位数相同，6 是商的十位数，5 是商的个位数，商是 65。





例题

例 1．计算 297÷11。

这样想：297 十位上的 9 等于百位上的 2 加个位上的 7，商就是 27。

注：“十位上的 9 等于百位上的 2 加个位上的 7”，是判断出 297 能

被 11 整除，同时也是在计算。实际速算时想：9＝2＋7，商是 27。

297÷11＝27。

例 2．计算 869÷11。

这样想：869 十位上的 6 不够减 8，向百位借 1，6＋10－7（8 被借去 1 还剩 7）＝9，与被除数个位相同，商的十位是 7，个位是 9。

注：上面是一步一步讲算法，实际速算时想：16－7＝9（这就判断出 869 能被 11 整除），商是 79。

869÷11＝79。

例 3．计算 627÷11。

这样想：12－5＝7，57 是原式的商。

627÷11＝57。

微课 8　能被 11 整除的三位数除以 11

对于任意数除以 11 的速算方法有兴趣的同学，可以看看《一学就会的闪算》一书，那里做了详细介绍。

练习题四

计算下列各题：

1.（1）$16\times11=$　　（2）$11\times24=$

（3）$11\times86=$　　（4）$97\times11=$

2.（1）$431\times11=$　　（2）$11\times326=$

（3）$11\times833=$　　（4）$576\times11=$

3.（1）$396\div11=$　　（2）$495\div11=$

（3）$737\div11=$　　（4）$517\div11=$

第3章　乘9、99、999、9999……

下面的题目怎么才能算得又准又快？

$8\times99=$　　　　$999\times4=$

$99\times72=$　　　　$385\times999=$

$86\times999=$　　　　$6789\times999=$

在乘 99 按“×（100－1）”、乘 999 按“×（1000－1）”进行简算的基础上，运用乘法分配律，加法交换律和结合律，遵循恒等原理推导出的速算方法，实现“开口出得数”、“提笔写答案”。

99，999，9999 是 9 的重复数，99 是两位重复数，999 是三位重复数，9999 是四位重复数。

下面我们研究一个数乘 9 或 9 的重复数的速算。

3.1 一位数乘 9 的重复数

例如 6×99，999×3。

计算方法：

- **一位数乘 9 的得数是积的首数和尾数，重复数去掉一个 9 插中间。**

6×99，6×9＝54，5 是积的首数，4 是积的尾数，99 去掉 1 个 9 还剩 1 个 9，把这个 9 插在 5 和 4 之间，积是 594。

999×3，3×9＝27，2 是积的首数，7 是积的尾数，999 去掉 1 个 9 还剩 2 个 9，把这 2 个 9 插在 2 和 7 之间，积是 2997。

“一位数乘 9 的重复数”属于“比 9 的重复数位数少的数乘 9 的重复数”，其算理将在研究“比 9 的重复数位数少的数乘 9 的重复数”时一并讨论。

在没做特殊说明时，本书把**一个数最高位上的数称为首数，把个位数称为尾数，简称为“头”和“尾”。**

例题

例 1．计算 8×99。

这样想：八九七十二，99 去掉 1 个 9 还剩 1 个 9 插在 7 和 2 之间，积是 792。

8×99＝792。

例 2．计算 999×6。

这样想：六九五十四，999 去掉 1 个 9，还剩 2 个 9 插在 5 和 4 之间，积是 5994。

999×6＝5994。

3.2 重复数乘 9

如 9×66，777×9。

计算方法：

- **9 乘重复数一个数字的得数是积的首数和尾数，中间插重复数位数减 1 个 9。**

9×66，6×9=54，66 是两位数，54 中间插（2−1）个 9，积是 594。

777×9，七九六十三，777 是三位数，63 中间插（3−1）个 9，积是 6993。

算理探究

为什么可以这样算呢？

观察下面的算式：

9×22=9×11×2=99×2=198。

9×555=9×111×5=999×5=4995。

8888×9=8×1111×9=8×9999=79992。

……

这样，9 乘重复数转化成一位数乘 9 的重复数啦！

通过枚举，找到算式转化的规律，总结出计算方法。枚举、转化都是我们常用的数学方法。

例题

例 1．计算 33×9。

这样想：三九二十七，27 中间插（2－1）个 9。

33×9＝297。

例 2．计算 9×666。

这样想：六九五十四，54 中间插（3－1）个 9。

9×666＝5994。

3.3　一个数与 9 的重复数的位数同样多

如 67×99，581×999。

计算方法

- **去 1 添补。**

67×99，67 去 1 是 66，67 的补数是 100－67＝33，两数连着写，积是 6633。

581×999，581－1＝580，581 的补数是 1000－581＝419，两数连着写，积是 580419。

算理探究

为什么能这样算呢?

以 67×99 为例推导。

67×99
＝67×（100－1）
＝6700－67
＝6700－100＋100－67
＝（6700－100）＋（100－67）
＝（67－1）×100＋33

减去 100 又加上 100，计算结果不变。100 是根据 99＋1 得出的。

把前两项和后两项分别结合计算。

去 1　　　　　　　　添补

=6633

比 99 多 1 的数是 100，以 100 为标准数取补数。因为 67 和 99 都是两位数，所以可以直接看作以 100 为标准数取 67 的补数。

“去 1”得到的是千位百位上的数，“添补”是十位个位数。这里没有进位问题，所以两数连着写，简称“去 1 添补”。

本题推导中运用了数的转化，乘法分配率，同时加、减同一个数，加减运算中重新组合等方法，始终遵循恒等原理，即保证计算过程中每一步都相等。

例题

例 1．计算 37×99。

这样想：37−1=36，100−37=63，两数连着写，积是 3663。

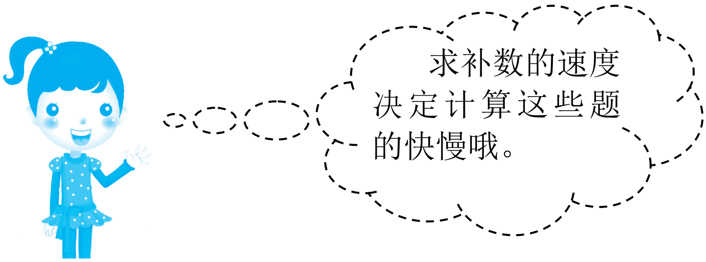
37×99=3663。

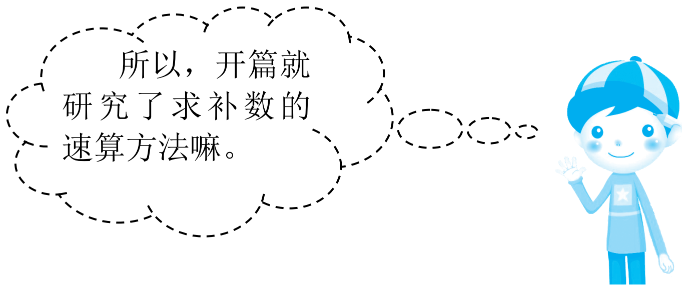
例 2．计算 999×658。

这样想：658−1=657，1000−658=342，两数连着写，积是 657342。

999×658=657342。

四位数乘 9999 也是这样算，如 2345×9999=23447655。





微课 9　乘 9 或 9 的重复数（一）

3.4　一个数比 9 的重复数的位数少

如 6×99，47×999，9999×84。

计算方法

- **去 1 添补，中间插位数差个 9。**

47×999，47－1＝46，47 的补数是 100－47＝53，999 比 47 多 1 位（即位数差是 1），在 46 和 53 之间插 1 个 9，积是 46953。

9999×84，84－1＝83，100－84＝16，9999 比 84 多 2 位（即位数差是 2），在 83 和 16 之间插 2 个 9，积是 839916。

算理探究

为什么能这样算呢?

以 47×999 为例进行推导。

47×999

=47×（1000－1）

=47000－47

=47000－1000＋1000－47

=（47000－1000）＋（1000－47）

=（47－1）×1000 ＋（1000－47）

=46953（去 1 添补）

减去 1000 又加上 1000，计算结果不变。1000 是根据 999＋1 得出的。

把前两项和后两项分别结合计算。

以比 999 多 1 的数 1000 为标准数取 47 的补数是 1000－47=953。“这个数比 9 的重复数的位数少”与“这个数和 9 的重复数的位数同样多”相乘的计算方法相同，都是“去 1 添补”。

如果本题直接看作以 100 为标准取 47 的补数是 53，47 比 999 少 1 位数，就在“去 1”后的数 46 和“补数”53 中间插 1 个 9，得 46953，这样算是不是更简便呢？我们把这简便的算法称作“去 1 添补，中间插位数差个 9”。

计算越简单，速度就越快！

这里是以比 47 多一位的 100 为标准取补数。对其他题就是以比“这个数”多一位的 100（或 1000、10000……）为标准取补数。

例题

例 1．计算 999×57。

这样想：57－1＝56，100－57＝43，57 比 999 少 1 位，中间插 1 个 9，积是 56943。

57×999＝56943。

例 2．计算 79×9999。

这样想：79－1＝78，100－79＝21，79 比 9999 少 2 位，积中间插 2 个 9，积是 789921。

79×9999＝789921。

例 3．计算 9999×234。

这样想：234－1＝233，1000－234＝766，234 比 9999 少 1 位，积中间插 1 个 9，积是 2339766。

9999×234＝2339766。

一位数比 9 的重复数的位数少，当然可以按照“去 1 添补，中间插位数差个 9”的方法计算：

6×99＝594（6－1＝5，10－6＝4，6 比 99 少 1 位，在 5 和 4 中间插 1 个 9）；

7×999＝6993（7－1＝6，10－7＝3，7 比 999 少 2 位，在 6 和 3 中间插 2 个 9）；

8×9999＝79992（8－1＝7，10－8＝2，8 比 9999 少 3 位，在 7 和 2 中间插 3 个 9）

……

通过枚举，我们可以得出：

一位数乘 9 的重复数还可以简捷为：**这个数乘 9 的得数分别是乘积的首、尾数，重复数去掉一个 9 插中间。**

这就是我们前面计算一位数乘 9 的重复数方法的推理。

3.5 一个数比 9 或 9 的重复数的位数多

如 28×9，417×99。

28×9，28 是两位数，比 9 多一位，这里，我们把多的高位上的数 2 称为“头”，和 9 相同的个位数上的数 8 就是“尾”。417×99，417 是三位数，比 99 多一位，比 99 位数多的高位上的 4 是“头”，和 99 相同的十位个位上的数 17 是“尾”。

计算方法

- **去 1 去头添尾补。**

28×9，28－1－2（头）＝25，10－8＝2，两数连着写，积是 252。

417×99，417－1－4＝412，100－17＝83，两数连着写，积是 41283。

算理探究

为什么能这样算呢?

以 417×99 为例进行推导。

417×99

＝417×（100－1）

＝41700－417

＝41700－100＋100－400－17

＝（41700－100－400）＋（100－17）

＝（417－1－4）×100＋ 86

减去 100 又加上 100，计算结果不变。把减 417 分成先减 400，再减 17。

重新组合算式。

去 1 去头　　　　添尘补

＝41283

例题

例 1．计算 387×9。

这样算：387－40＋1＝348

这样想：38 是头，7 是尾。387－1－38＝348，10－7＝3，两数连着写，积是 3483。

387×9＝3483。

例 2．计算 999×5637。

这样想：5 是头，637 是尾。5637－1－5＝5631，1000－637＝363，两数连着写，积是 5631363。

999×5637＝5631363。

例 3．计算 9×12、9×13、9×14～9×19。

这样想：十几比 9 多一位，算法是“去 1 去头添尾补”。这里头都是 1，就直接用“去 2 添尾补”。

9×12＝108（12－2＝10，接着写 2 的补数 8）

9×13＝117（13－2＝11，接着写 3 的补数 7）

9×14＝126（14－2＝12，接着写 4 的补数 6）

9×15＝135（15－2＝13，接着写 5 的补数 5）

9×16＝144（16－2＝14，接着写 6 的补数 4）

9×17＝153（17－2＝15，接着写 7 的补数 3）

9×18＝162（18－2＝16，接着写 8 的补数 2）

9×19＝171（19－2＝17，接着写 9 的补数 1）

注：这是《19×19 口诀》第 9 段的后半截，这样算很容易记住。喜欢背《19×19 口诀》的同学，每一段都要想些好办法背哦。

练习题五

计算下面各题

1.（1）$7\times99=$　　（2）$99\times4=$

（3）$999\times8=$　　（4）$4\times9999=$

（5）$9\times55=$　　（6）$9\times444=$

2.（1）$68\times99=$　　（2）$99\times24=$

（3）$73\times99=$　　（4）$853\times999=$

（5）$999\times241=$　　（6）$7171\times9999=$

3.（1）$67\times999=$　　（2）$14\times999=$

（3）$99\times6=$　　（4）$999\times8=$

（5）$345\times9999=$　　（6）$9999\times21=$

4.（1）$17\times9=$　　（2）$9\times24=$

（3）$9\times43=$　　（4）$62\times9=$

（5）$456\times99=$　　（6）$99\times721=$

第 4 章　十几乘十几　九十几乘九十几　一百零几乘一百零几　九十几乘一百零几

以 10、以 100 为标准，可迅速计算十几乘十几，九十几乘九十几，一百零几乘一百零几和九十几乘一百零几。运用“算式变形，进行竖式计算”、“数形结合，通过面积计算”、“算式转化，把两数相乘写成两数和（或差）相乘”及迁移等思想方法，多角度推导速算方法，提升数学素养。

4.1 十几乘十几

例如 12×13，18×19。

因为 10×10＝100，20×20＝400，所以十几乘十几的积是 100～400 之间的三位数。

计算方法：

方法一

- **（一个因数＋另一个因数的剩余数）×10＋剩余数×剩余数**

12×13，这样算：12＋3＝15，2×3＝6，两数连着写，积是 156。

写成算式（12＋3）×10＋2×3＝156。

方法二

- **（一个因数－另一个因数的补数）×20＋补数×补数**

18×19，这样算：（18－1）×20＋2×1＝342。

算理探究

为什么可以这样计算呢?

我们以 12×13 为例，推导十几乘十几的算法一。

（1）算式变形，进行竖式计算

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ \ 13 \\ \hline 36 \\ +\ 12 \\ \hline 156 \end{array}$$

36 → 3个10 +6（也就是2×3）

12 → 12个10

156 ← （12+3）×10 + 2×3

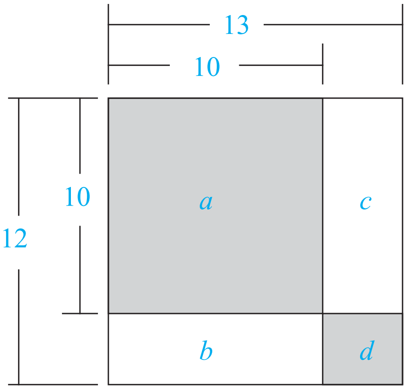
（12+3）：（一个因数+另一个因数的剩余数）（个十）

2×3：剩余数×剩余数（个一）

=156

（2）数形结合，运用长方形面积计算

如下图，将长 13，宽 12 的长方形分成 a、b、c、d 4 个部分，a 为边长是 10 的正方形。



① 正方形 a 的面积＝10×10

② 长方形 b 的面积＋长方形 c 的面积

＝（12－10）×10＋（13－10）×10

＝2×10＋3×10

＝（2＋3）×10

③ 长方形 d 的面积＝（12－10）×（13－10）＝2×3

④ 长 13，宽 12 的长方形面积＝12×13

＝正方形 a 的面积＋长方形 b 的面积＋长方形 c 的面积＋长方形 d 的面积

＝10×10＋（2＋3）×10＋2×3

＝（10＋2＋3）×10＋2×3

＝（ 12 ＋ 3 ）× 10 ＋ 2×3

（一个因数＋另一因数的剩余数）（个十）　剩余数×剩余数（个一）

＝156

（3）算式转化，把两个数相乘写成以 10 为标准数的两个数的和相乘

$$
\begin{aligned}
&12\times13\\
=&(10+2)\times(10+3)\\
=&10\times10+2\times10+10\times3+2\times3\\
=&(10+2+3)\times10+2\times3\\
=&\underbrace{(12+3)}_{\text{（一个因数＋另一因数的剩余数）(个十)}}\times10+\underbrace{2\times3}_{\text{剩余数×剩余数（个一）}}\\
=&156
\end{aligned}
$$

“算式变形，进行竖式计算”、“数形结合，运用图形面积计算”、“算式转化，把两个数相乘写成两个数的和相乘”，从不同的角度推导出了十几乘十几的算法一。很多题目的速算都可以像这样由点到面发现规律，找到简算方法。本书常用这些方法进行算理的推导。

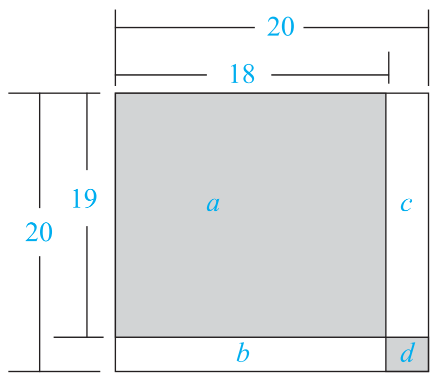
可别小看这三种方法！它们可是进入许多速算大门的金钥匙呢！

那得好好地琢磨琢磨，让它们变成手中的法宝！乘9的重复数算法推导中，我们还用了“同时加、减同一个数，算式相等”，这也是一把金钥匙哦！

下面，我们再以 18×19 为例，研究十几乘十几的算法二。

（1）数形结合，运用长方形面积计算推导

如下图，我们将一个边长 20 的正方形分割成 a、b、c、d 4 个部分，其中长方形 a 长 19，宽 18。



① 大正方形的面积＝20×20

② 长方形（c＋d）的面积＝20×（20－18）＝20×2

③ 长方形（b＋d）的面积＝20×（20－19）＝20×1

④ 长方形 d 的面积＝（20－18）×（20－19）＝2×1

⑤ 长方形 a 的面积＝18×19

＝大正方形的面积－长方形（c＋d）的面积－长方形（b＋d）的面积＋长方形 d 的面积

＝20×20－20×2－20×1＋2×1

＝（20－2－1）×20＋2×1

$$=\underbrace{(18-1)\times 20}_{\text{（一个因数－另一个因数的补数）×20}}+\underbrace{2\times 1}_{\text{补数×补数}}$$

＝342

（2）算式转化，把两个数相乘写成以 20 为标准数的两个数的差相乘

18×19

＝（20－2）×（20－1）

＝20×20－2×20－20×1＋2×1

＝（20－2－1）×20＋2×1

$$=\underbrace{(18-1)\times 20}_{\text{（一个因数－另一个因数的补数）×20}}+\underbrace{2\times 1}_{\text{补数×补数}}$$

＝342

方法二是以 20 为标准数，两个因数接近 20 计算比较简单。

注意：

方法一是以 10 为标准数，十几都比标准数大，所以是“剩余数”；

方法二是以 20 为标准数，十几都比标准数小，所以是“补数”。

例题

例 1．计算 14×12。

这样想：14＋2＝16（个十），4×2＝8（个一），两数连着写，积是 168。

14×12＝168。

例 2．计算 18×13。

算十位（18+3），看个位 8×3=24，有进位 2，算齐十位 18+3+2=23，接着写积的个位 4。

这样想：（18＋3）×10＋8×3＝234

18×13＝234。

我再练练有进位的题：

13×14：13＋4＋1（进位）＝18（个十），接着写 2（个一），积是 182。

15×16：15＋6＋3（进位）＝24（个十），个位是 0，积是 240。

一气呵成，直接得积，这样算快。

例 3．计算 18×17。

方法一以 10 为标准数

这样算：（18＋7）×10＋8×7，18＋7＋5（进位）＝30（个十），接着写 6，积是 306。

方法二以 20 为标准数

这样想：（18－3）×20＋2×3＝300＋6＝306。

18×17＝306。

因数 18、17 都接近 20，用方法二计算比较简单。

为什么两个因数接近 20，用方法二计算简单？

a．十位上的数乘 2 容易算。

b．以 20 为标准数，两因数接近 20，补数就小，两补数积小于 10，不进位，算完十位接着写个位数，计算简单。

微课 12 十几乘十几（一）

微课 13 十几乘十几（二）

微课 14 十几乘十几（三）

练习题六

计算下列各题

（1）12×12＝　　　　（2）13×13＝

（3）14×13＝　　　　（4）17×16＝

（5）15×16＝　　　　（6）16×19＝

（7）17×12＝　　　　（8）19×19＝

微课 15 加剩余数，减补数

4.2　九十几乘九十几

例如 98×92。

因为 90×90＝8100，100×100＝10000，所以九十几乘九十几，积是 8100～10000 之间的四位数。

计算方法

- **（一个因数－另一个因数的补数）×100＋补数×补数**

98×92：98－8＝90，2×8＝16，两数连着写，积是 9016。

这样的计算直接得数。因为，以 100 为标准数，九十几的补数是一位数，两补数积最大是两位数，不会向百位进位。

算理探究

为什么可以这样计算？

九十几乘九十几计算方法的算理与十几乘十几算法二的算理相同，所不同的是标准数，十几乘十几算法二以 20 为标准，九十几乘九十几以 100 为标准，因此不再推导。

例题

例 1．计算 93×94。

这样想：93－6＝87（个百），7×6＝42（个一），两数连着写，积是 8742。

93×94＝8742。

例 2．计算 91×99。

这样想：方法一按“九十几乘九十几”，91－1＝90，9×1＝9，两数连着写，积是 9009（十位没数 0 占位）。

方法二按“两位数乘 99”，去 1 添补，积为 9009。

91×99＝9009。

这两种方法都很简单。我们要善于把不同的算法进行比较、归纳，在头脑中织个“知识网”。

练习题七

计算下列各题

（1）92×97=　　　　（2）93×98=

（3）95×96=　　　　（4）94×99=

4.3　一百零几乘一百零几

例如 107×102。

因为 100×100＝10000，110×110＝12100，所以一百零几乘一百零几的积是 10000～12100 之间的五位数。

计算方法

- （一个因数＋另一个因数的剩余数）×100＋剩余数×剩余数

107×102：107＋2＝109，7×2＝14，两数连着写，积是10914。

这样计算可直接得数。因为，以100为标准数，一百零几的剩余数是一位数，两剩余数积最大是两位数，不会向百位进位。

算理探究

为什么可以这样计算？

一百零几乘一百零几计算方法的算理和十几乘十几算法一的算理相同，所不同的是标准数，十几乘十几算法一以10为标准，一百零几乘一百零几以100为标准，因此不再推导。

例题

例1．计算103×106。

这样想：103＋6＝109（个百），3×6＝18（个一），两数连着写，积是10918。

103×106＝10918。

例2．计算107×108。

这样想：107＋8＝115，7×8＝56，两数连着写，积是11556。

107×108＝11556。

练习题八

计算下列各题

（1）105×107=　　　　（2）104×103=

（3）106×108=　　　　（4）103×109=

4.4　九十几乘一百零几

例如 98×106，104×92。

90×100＝9000，99×110＝10890，所以九十几乘一百零几的积是 9000～10890 之间的四位数或五位数。

计算方法

- （九十几＋剩余数）×100－补数×剩余数

或者

- （一百零几－补数）×100－剩余数×补数

98×106＝（98＋6）×100－2×6＝10400－12＝10388。

104×92＝（104－8）×100－4×8＝9600－32＝9568。

算理探究

为什么能这样算?

九十几乘一百零几的计算方法既可以通过数形结合，运用图形面积计算，也可以进行算式转化推导。

这里我们以 94×103 为例，把两个数相乘写成以 100 为标准数的两个数的差与两个数的和相乘。

$$
\begin{aligned}
& 94\times103\\
=& (100-6)\times(100+3)\\
=& 10000-600+300-6\times3\\
=& 9400+300-6\times3\\
=& \underbrace{(94+3)\times100}_{\text{（九十几＋剩余数）（个百）}}-\underbrace{6\times3}_{\text{补数×剩余数（个一）}}\\
=& 9700-18\\
=& 9682
\end{aligned}
$$

交换两个因数的位置，103×94，推导出：

（一百零几－补数）×100－剩余数×补数。

学习了正、负数，我们知道补数是比标准数少的数，是负数，剩余数是比标准数多的数，是正数。所以计算时是“一个因数－另一个因数的补数”，“一个因数＋另一个因数的剩余数”（**减**补数，**加**剩余数）。

两个正数相乘的积是正数，所以“**加**两剩余数的积”；两个负数相乘的积也是正数（负负得正），所以也是“**加**两补数的积”；一个正数乘一个负数的积是负数，所以“**减**补数与剩余数的积”或“**减**剩余数与补数的积”。

知道这点，计算中很容易掌握“＋”与“－”。

例题

例1．计算98×104。

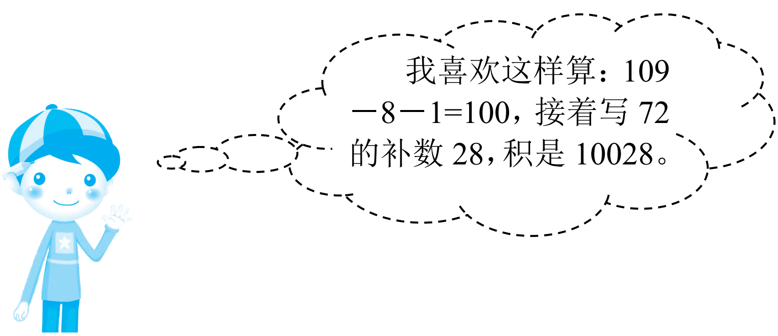
这样想：（98＋4）×100－2×4＝10200－8＝10192

98×104＝10192。

例2．计算109×92。

这样想：（109－8）×100－9×8＝10100－72＝10028

109×92＝10028。



例3．计算106×99。

这样想：方法一，（106－1）×100－6×1＝10500－6＝10494，积是10494。

方法二，乘 99，且 106 比 99 多 1 位数，去 1 去头添尾补，积是 10494。

106×99＝10494。

微课 16 九十几乘九十几 一百零几乘一百零几 九十几乘一百零几

乘 2 也很好算哦，我以 20 为标准，可以算二十几乘二十几：

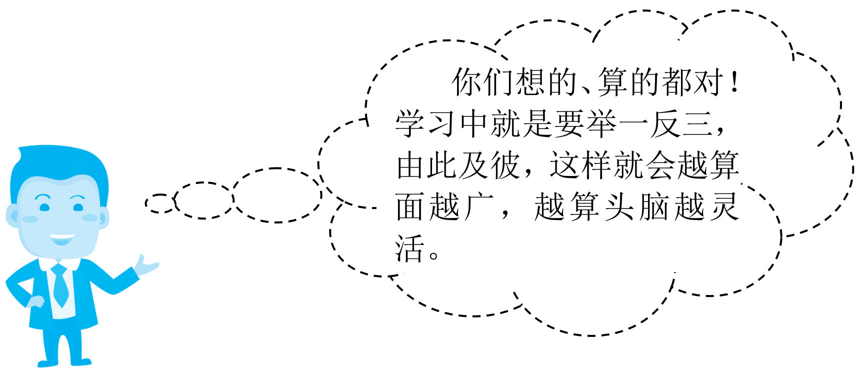
22×24=（22＋4）×20＋2×4＝528

乘 5 有速算法，以 50 为标准，可以算四十几乘四十几，五十几乘五十几，四十几乘五十几：

46×42＝（46－8）×50＋4×8＝1900＋32＝1932

57×58＝（57＋8）×50＋7×8＝3250＋56＝3306

48×54＝（48＋4）×50－2×4＝2600－8＝2592



练习题九

计算下列各题

（1）$92\times107=$　　（2）$108\times93=$

（3）$97\times105=$　　（4）$109\times99=$

（5）$103\times92=$　　（6）$98\times106=$

第 5 章　因数间有特殊关系

迅速判断出两个因数相互间的特征，即可大幅简化算式的计算。

本章只研究两位数乘两位数。

5.1　5 的倍数遇到偶数

即一个因数是 5 的倍数，一个因数是偶数。

例如 16×35，15×24。

计算方法

- **把偶数分解成相应的 2 的倍数，再与 5 的倍数相乘。**

16×35＝8×（2×35）＝8×70＝560。

15×26＝15×2×13＝30×13＝390。

本方法运用分解因数和乘法交换律、结合律，计算出整十整百数或特殊因数，化难为易。

例题

在第一章我们已经研究过乘 5、乘 25 的速算方法，所以乘 5、乘 25 直接得数，如 28×5＝140，96×25＝2400，这里不再重复。

例 1．计算 75×36。

方法一，75×36

＝3×25×4×9

＝3×9×（25×4）

＝2700。

这是运用乘 25 的速算方法直接得数积。

方法二，75×36

＝3×（25×36）

＝3×900

＝2700。

方法三，75×36

＝75×4×9

这是知道 75×4＝300。
我们要记住 75×4＝300 哦。

＝300×9

＝2700。

例 2．计算 24×55。

方法一，24×55

$=12\times(2\times55)$

$=12\times110$

运用乘 11 的速算法。

$=1320$。

方法二，24×55

$=24\times5\times11$

乘 5 速算，我们很熟悉。

$=120\times11$

$=1320$。

例 3．计算 45×96。

45×96

$=45\times2\times48$

$=90\times48$

按乘 9 的方法计算：$48-1-4=43$，接着写 8 的补数 2。

$=4320$。

计算方法越简单，算得越快，也容易算对。选择好方法，靠自己的判断与决策。

微课 17　5 的倍数遇到偶数

练习题十

计算下列各题

1.（1）$26\times15=$　　　　（2）$35\times14=$

（3）$45\times18=$　　　　（4）$48\times55=$

（5）$80\times35=$　　　　（6）$65\times44=$

2.
$$75\times\begin{cases}12=\\48=\\88=\\16=\\96=\end{cases}$$

5.2　“同头尾凑十”

也称“首同尾合十”，即两个因数十位上的数相同，个位数的和是10。

例如 78×72，十位上都是 7（同头），个位 $8+2=10$（尾凑十）。

计算方法

- **（头+1）×头，尾×尾，两积连着写。**

78×72，$(7+1)\times7=56$，$8\times2=16$，积是 5616。

算理探究

为什么可以这样算?

本算法用“神奇速算”的算式很容易推导出，下面仍用我们已熟悉

的方法推导。

方法一，两数相乘转化成两数和相乘。

78×72

$=(70+8)\times(70+2)$

$=70\times70+8\times70+70\times2+8\times2$

$=70\times70+(8+2)\times70+8\times2$

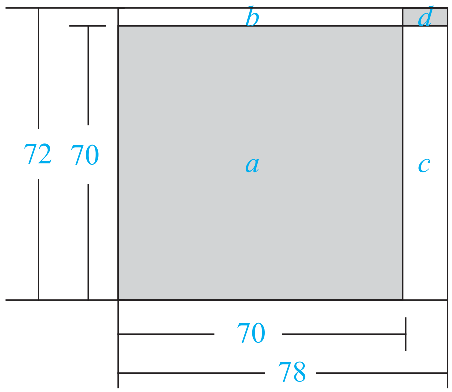
$=70\times70+10\times70+8\times2$

$=\underbrace{(7+1)\times7\times100}_{(头+1)\times头（个百）}+\underbrace{8\times2}_{尾\times尾（个一）}$

$=5616$

方法二，数形结合，通过长方形面积推导。

下图中，把长 78，宽 72 的长方形分成 a、b、c、d 四部分，其中 a 是边长 70 的正方形。



（1）正方形 a 的面积$=70\times70$

（2）长方形 b 的面积$=70\times(72-70)=70\times2$

（3）长方形 c 的面积$=70\times(78-70)=70\times8$

（4）长方形 d 的面积$=(78-70)\times(72-70)=8\times2$

（5）长 78、宽 72 的长方形面积$=78\times72$

=正方形 a 的面积+长方形 b 的面积+长方形 c 的面积+长方形 d 的面积

=70×70+70×2+70×8+8×2

=70×70+70×（2+8）+8×2

=70×70+70×10+8×2

=（70+10）×70+8×2

$$= \underbrace{(7+1)\times 7\times 100}_{\text{（头+1）×头（个百）}} + \underbrace{8\times 2}_{\text{尾×尾（个一）}}$$

=5616

“（头+1）×头”的积是千位百位上的数，“尾”是个位数，“尾×尾”的积是一位数或两位数，不会出现向百位进位，所以“两积连着写”。

例题

首先审题，判断出题型。

例 1．计算 42×48。

这样想：头都是 4，尾 2+8=10。（4+1）×4=20，2×8=16，积是 2016。

42×48=2016。

例 2．计算（1）35×35　　（2）75×75

这样想：两题都是“同头尾凑十”。（1）（3+1）×3=12，5×5=25，积是 1225。（2）（7+1）×7=56，5×5=25，积是 5625。

（1）35×35=1225。

（2）75×75=5625。

你发现了吗？ 15×15～95×95 的都属于“同头尾凑十”，又因为尾数都是 5，尾乘尾就是 25，所以计算时：（头+1）×头，接着写 25。

15^2～95^2 会经常用到。会这样计算，用不着背记计算结果。

例 3．计算（1）11×19　　（2）12×18

（3）13×17　　（4）14×16

这样想：这四道十几的题目都是“同头尾凑十”，用“同头尾凑十”的方法计算更简单。

（1）11×19=209。　　（2）12×18=216。

（3）13×17=221。　　（4）14×16=224。

微课 18　同头尾凑十

练习题十一

1．熟练计算下列各题

（1）15×15=　　（2）25×25=

（3）35×35=　　（4）45×45=

（5）55×55=　　（6）65×65=

（7）75×75=　　（8）85×85=

（9）95×95=

2．计算

（1）52×58=　　（2）36×34=

（3）81×89=　　（4）67×63=

（5）76×74=　　（6）24×26=

3．已知一个因数是 47，写出“同头尾凑十”的算式。

4．自己写出 4 道“同头尾凑十”的题，并算一算。

5.3 “合十重复数”

一个因数十位、个位上数的和是 10，即合十数；另一个因数十位、个位上的数相同，即重复数。

例如 46×88，46 的十位、个位上数的和是 4+6=10，88 是重复数。

计算方法

- **（头+1）×头，尾×尾，两积连着写（合十数的头加 1）。**

46×88，（4+1）×8=40，6×8=48，积是 4048。

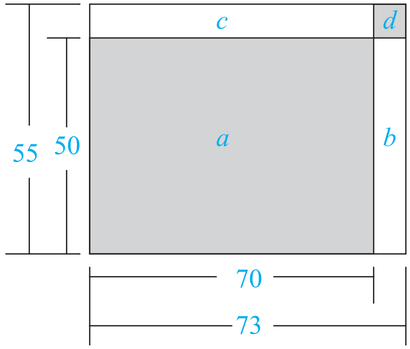
算理探究

为什么可以这样算?

这种算法可以用多种方法推导出。下面我们运用数形结合，通过图形面积推导。

计算 73×55。

如下图所示，把长 73，宽 55 的长方形分成 *a*、*b*、*c*、*d* 四部分，其中 *a* 是长 70、宽 50 的长方形面积。



（1）长方形 *a* 的面积=70×50

（2）长方形 *b* 的面积=50×（73−70）=50×3

（3）长方形 *c* 的面积=70×（55−50）=70×5

（4）长方形 *d* 的面积=（73−70）×（55−50）=3×5

（5）长 73，宽 55 的长方形面积＝73×55

＝长方形 *a* 的面积＋长方形 *b* 的面积＋长方形 *c* 的面积＋长方形 *d* 的面积

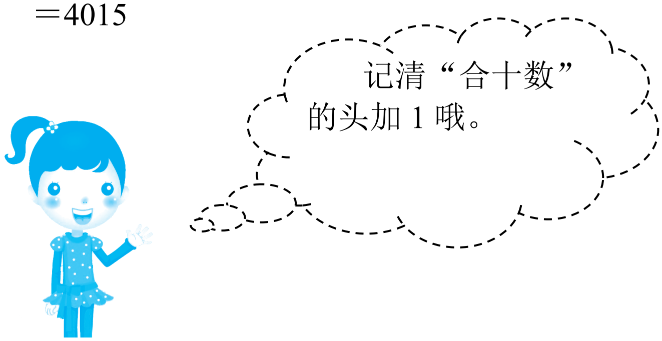
＝70×50＋50×3＋70×5＋3×5

＝7×500＋150＋350＋3×5

＝7×500＋500＋3×5

$$= \underbrace{(7+1)\times 5\times 100}_{(头+1)\times头(个百)} + \underbrace{3\times 5}_{尾\times尾(个一)}$$

＝4015



例题

例 1．计算 91×77。

这样想：91 是合十数，77 是重复数。（9＋1）×7＝70，1×7＝7，两积连着写，十位用 0 占位，积是 7007。

91×77＝7007。

例 2．66×82。

这样想：66 是重复数，82 是合十数。（8＋1）×6＝54，6×2＝12，两积连着写，积是 5412。

66×82＝5412。

例 3．计算 99×37。

这样想：这题是“合十重复数”，也是“两位数乘 99”。

方法一，运用“合十重复数”的计算方法。

（3＋1）×9＝36，9×7＝63，积是 3663。

方法二，两位数×99，“去 1 添补”。

37－1＝36，100－37＝63，积是 3663。

99×37＝3663。

你喜欢用哪种方法就用那种方法。

计算时首先是审题，做出判断，确定方法。随时对计算方法进行辨析与归纳，计算空间会不断拓展，计算力就能逐渐提高。

微课 19　合十重复数

练习题十二

1．计算下列各题

（1）66×28=　　（2）37×22=

（3）88×82=　　（4）55×19=

（5）42×66=　　（6）32×38=

2．从下表中看一看有多少个“合十重复数”的算式？其中又包含多少个“同头尾凑十”的算式？

	11	22	33	44	55	66	77	88	99
19	19×11								
28		28×22							
37			37×33						
46				46×44					
55					55×55				
64						64×66			
73							73×77		
82								82×88	
91									91×99

3．已知一个因数是 44，写出符合“合十重复数”条件的算式，并计算出结果。

5.4　“首合十尾相同”

也称“尾同头合十”、“尾同首凑十”，即两个因数十位上数的和是10，个位数相同。

例如 38×78，十位上的 3+7=10，个位都是 8。

计算方法

- **头×头+尾，尾×尾，两数连一起。**

38×78，3×7+8=29，8×8=64，两数连着写，积是 2964。

算理探究

为什么可以这样算呢?

本方法可以从多角度推导，这里把两数相乘转化成两数和相乘进行推导。

计算 38×78。

$$
\begin{aligned}
&38\times78\\
=&(30+8)\times(70+8)\\
=&30\times70+8\times70+30\times8+8\times8
\end{aligned}
$$

＝3×7×100＋8×（70＋30）＋8×8

＝3×7×100＋8×100＋8×8

＝$\underbrace{（3×7＋8）}_{（头×头＋尾）（个百）}$×100 ＋ $\underbrace{8×8}_{尾×尾（个一）}$

＝2964

例题

例 1．计算 86×26。

这样想：首是 8＋2＝10，尾都是 6。8×2＋6＝22，6×6＝36，两数连一起，积是 2236。

86×26＝2236。

例 2．计算 55×55。

这样想：这道题既是“首合十尾相同”，又是“同头尾凑十”，还是“合十重复数”，喜欢用哪种方法就用那种方法。

55×55＝3025。

微课 20 首合十尾相同

练习题十三

1．计算下列各题

（1）62×42＝ （2）93×13＝

（3）78×38＝　　　　　　　　　（4）24×26＝

（5）87×27＝　　　　　　　　　（6）64×77＝

2．已知一个因数是 28，请写出所有“首合十尾相同”的算式。

3．自己写出 4 道“首合十尾相同”的题，并算一算。

5.5　“个位都是 1”

这里是指：几十一乘几十一。

例如 31×41。

计算方法

- **头×头，头＋头（满十进一），尾是 1，三数连着写。**

31×41，3×4＝12，3＋4＝7，尾是 1，三个数连着写，积是 1271。

算理探究

为什么可以这样算呢?

这一算法同样可以用多种方法推导出。我们用把两数相乘转化成两数和相乘推导。

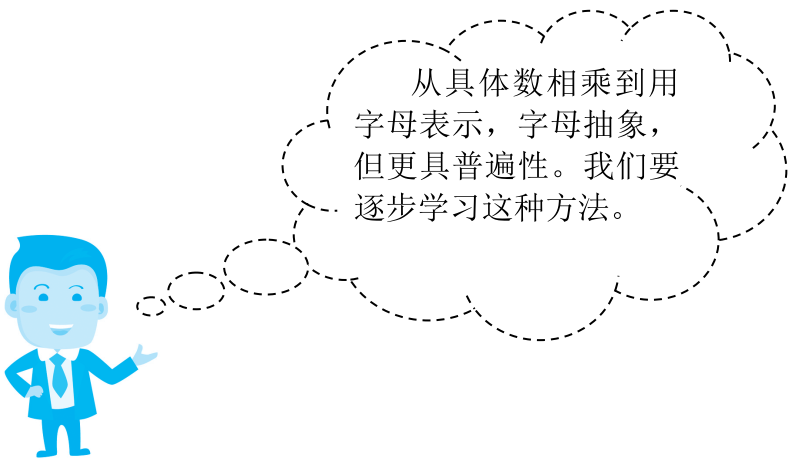
例如 31×41

$$
\begin{aligned}
&31\times41\\
=&(30+1)\times(40+1)\\
=&30\times40+40+30+1\\
=&\underbrace{3\times4\times100}_{\text{头×头（个百）}}+\underbrace{(3+4)\times10}_{\text{头＋头（个十）}}+\underbrace{1}_{\text{1（个一）}}\\
=&1271
\end{aligned}
$$

如果用字母表示数，几十一乘几十一用（$10a+1$）×（$10b+1$）表示，那么：

$$(10a+1)\times(10b+1)$$
$$=10a\times10b+10a+10b+1$$
$$=100ab+10(a+b)+1$$

这里要注意，$(a+b)$满十要向百位进一。



例题

例 1．计算 61×81。

这样想：这是“几十一乘几十一”。6×8=48，6+8=14，48+1=49，十位是 4，尾是 1，三数连着写，积是 4941。

61×81=4941。

例 2．计算 71×71。

这样想：这道题是“几十一乘几十一”。7×7=49，7+7=14，49+1=50（算齐百位），十位是 4，个位是 1，积是 5041。

71×71=5041。

注：同数相乘是求平方数，将在后面系列研究求平方数。

练习题十四

1．计算下列各题

（1）$21\times91=$　　（2）$61\times21=$

（3）$71\times21=$　　（4）$31\times91=$

2．已知一个因数是 51，请写出符合“几十一乘几十一”条件的算式，并计算出结果。

5.6　“合九连续数”

一个因数十位上的数与个位数的和是 9，另一个因数个位上的数比十位上的数大 1。

例如 36×67，36 是合九数，67 是连续数。

又如 56×72，72 是合九数，56 是连续数。

计算方法

- **（头＋1）×头，尾补×尾补，两积连着写（合九数的头加 1）。**

这里的“尾补”是指尾数的补数。

36×67，$(3+1)\times6=24$，6 和 7 的补数相乘 $4\times3=12$，两积连着写，积是 2412。

56×72，（7+1）×5=40，6 与 2 的补数相乘 4×8=32，两积连着写，积是 4032。

算理探究

为什么能这样算呢?

这种算法是“神奇速算”独有的，需要运用“神奇速算”的算式推导。有兴趣的同学可以去看《一学就会的闪算》一书。

例题

例 1．计算 27×89。

这样想：27 是合九数，89 是连续数。（2+1）×8=24，尾补积 3×1=3，两数连着写，十位没有 0 占位，积是 2403。

27×89=2403。

例 2．计算 34×63。

这样想：63 是合九数，34 是连续数。（6+1）×3=21，尾补积是 6×7=42，两数连着写，积是 2142。

34×63=2142。

微课 22　合九连续数

练习题十五

1．计算下列各题

（1）56×45=　　　　（2）63×34=

（3）18×78＝　　　　　　　　　　（4）27×89＝

2．已知一个因数是 72，请写出所有符合“合九连续数”条件的算式，并计算出结果。

第 6 章　计算 120 以内数的平方

求正方形和圆的面积必然要算平方数，数学中会频繁地应用到平方数。

$12^2=144$，那么，$21^2=441$。

$13^2=169$，那么，$31^2=961$。

平方数不会都是这样推算，但 1 ~ 120 的平方数确实很容易算出。

两个相同因数相乘叫平方。

例如 12×12，用 12^2 来表示。

又如 $25\times25=25^2$。

求 120 以内数的平方，我们按照速算的方法不同分类研究。

6.1　用乘法口诀直接得出平方数

（1）1～9 的平方数。

例如 $6^2=36$，$7^2=49$。

（2）整十数平方。

例如 $40^2=1600$，$90^2=8100$。

6.2　用巧方法计算一些数的平方数

（1）15^2、25^2……95^2，是前面已研究过的“同头尾凑十”，计算方法：（头＋1）×头的积，接着写 25。

例如 $15^2=225$，$45^2=2025$。

（2）11，21，31 及 22 的平方数。

$11^2=121$，用乘 11 的方法计算。

21 是 12 的颠倒数，$12^2=144$，21^2 就是 441。

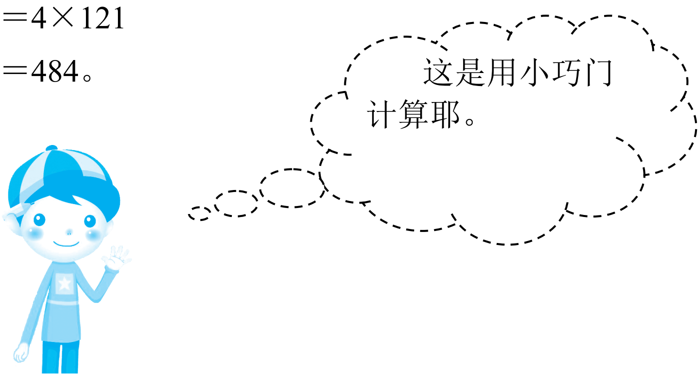
31 也这样算，$13^2=169$，$31^2=961$。

$22^2=(2\times11)^2$

$=2^2\times11^2$

$=4\times121$

$=484$。



思考：41^2 可以像 21^2、31^2 这样速算吗？

答案是不行，请想想为什么。

6.3　计算 11～19 的平方数

计算方法一

同前面已经研究的十几乘十几的计算方法：

- **（这个数＋剩余数）×10＋剩余数 ^{2}**
- **（这个数－补数）×20＋补数 ^{2}**

例题

例 1．计算 14^2。

14^2

这样想：（14＋4）×10＋4^2，“算齐十位写个位”，14＋4＋1（进位）＝19，再接着写 6，平方数是 196。

14^2＝196。

例 2．计算 19^2。

19^2

＝（19－1）×20＋1^2

＝361。

这里写过程，是说明运用的方法，实际计算直接得数。

计算方法二

- **40×尾＋尾补 ^{2}**

例如 17^2，40×7＝280，尾补是 7 的补数 3，3^2＝9，17^2＝289。

算理探究

为什么可以这样算呢？

我们把两数相乘转化成两数的差相乘，以 18×18 为例进行推导。

18×18

＝（20－2）×（20－2）

$=20\times20-20\times2-20\times2+2\times2$

$=20\times(20-2-2)+2\times2$

$=20\times16+2\times2$

$=20\times2\times8+2\times2$

$=\underbrace{40\times8}_{40\times\text{尾}}+\underbrace{2\times2}_{\text{尾补平方}}$

$=324$

例题

例 1．计算 13^2。

13^2

$=40\times3+7^2$

$=120+49$

$=169$。

例 2．计算 19^2。

19^2

$=40\times9+1^2$

$=361$。

这个方法是以 20 为标准推导出的，越接近 20 的数的平方越好算。

课堂教学中，很多老师要求熟背 11^2～19^2，这里在会算的基础上也要求大家熟记。

熟记 11^2～19^2

$11^2=121$　　$12^2=144$

$13^2=169$　　$14^2=196$

$15^2=225$　　$16^2=256$

$17^2=289$　　$18^2=324$

$19^2=361$

6.4　计算 31～49 的平方数

例如 47×47，36^2。

计算方法

- **（25－补数）×100＋补数 ²**

47×47，25－3＝22（个百），3×3＝9（个一），平方数是 2209。

36^2＝（25－14）×100＋14^2＝1100＋196＝1296。

算理探究

为什么可以这样计算呢?

把两数相乘转化成两数差相乘，这里以求 48 的平方数为例进行推导。

48×48

＝（50－2）×（50－2）

＝50×（50－2）－2×（50－2）

＝50×50－50×2－2×50＋2×2

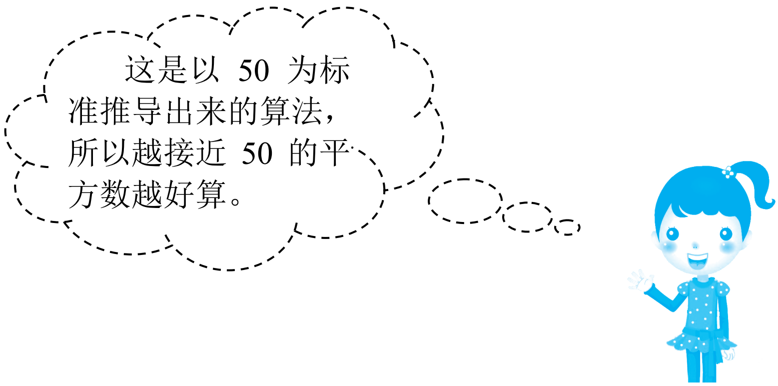
＝2500－50×2×2＋2×2

＝2500－100×2＋2×2

＝（25－2）×100＋　2×2

（25－补数）（个百）　补数平方（个一）

$=2304$



例题

例 1．计算 46×46。

这样想：$25-4=21$，$4\times4=16$，两数连着写，平方数是 2116。

$46\times46=2116$。

$18^2=324$ 的平方数要记熟哦。

例 2．计算 32^2。

这样想：（$25-18$）$\times100+18\times18$，$25-18+3=10$（算齐百位），接着写 24，平方数是 1024。

$32^2=1024$。

例 3．计算 41^2。

这样想：方法一，$25-9=16$，$9\times9=81$，两数连着写，平方数是 1681。

方法二，按照“几十一乘几十一”的方法计算，$4\times4=16$，$4+4=8$，个位是 1，三数连着写，平方数是 1681。

$41^2=1681$。

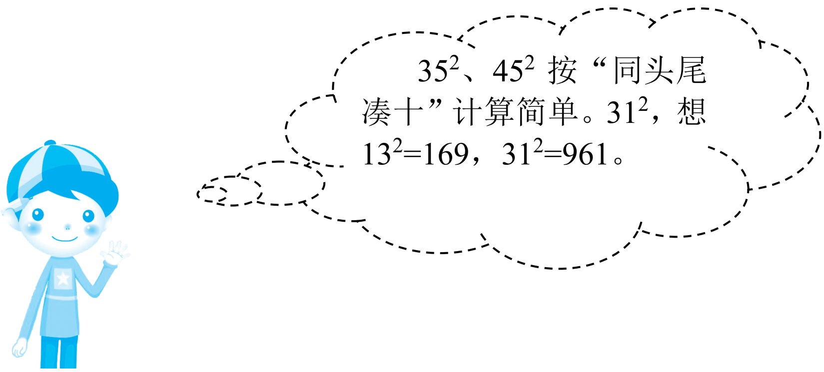
小结：

a．41～49 的补数是一位数，一位数的平方数是一位数或两位数，也就是十位个位上的数，因此算出 25 减补数的差（个百），接着写补数

的平方数。

b．31～39 的补数是十几，十几的平方数是三位数，要向百位进位，因此算出 25 减补数的差（个百），先加十几平方数百位上的数，算齐百位，再接着写十几平方数的十位个位数，这样计算快。

想一想： 31～49 中哪些数求平方有更巧妙的方法？



微课 23　求 31～49 的平方数

练习题十六

求平方数

（1）$42^2=$　　　　（2）$43^2=$

（3）$37^2=$　　　　（4）$34^2=$

（5）$35^2=$　　　　（6）$31^2=$

6.5　计算 51～69 的平方数

例如 52^2，67^2。

计算方法

- **（25＋剩余数）×100＋剩余数 ²**

52^2，25＋2＝27（个百），2×2＝4（个一），两数连着写，十位没有 0 占位，平方数是 2704。

67^2＝（25＋17）×100＋17^2＝4489。

算理探究

为什么可以这样计算?

把两数相乘转化成两数和相乘，我们以求 57 的平方为例进行推导。

57×57

＝（50＋7）×（50＋7）

＝50×（50＋7）＋7×（50＋7）

＝50×50＋50×7＋7×50＋7×7

＝2500＋50×7×2＋7×7

＝2500＋100×7＋7×7

＝（25＋7）×100　＋　7×7

（25＋剩余数）（个百）　剩余数平方（个一）

＝3249

例题

例 1．计算 53^2。

这样想：25＋3＝28，3×3＝9，两积连着写，十位没有 0 占位，平

方数是 2809。

$53^2=2809$。

例 2．计算 63×63。

这样想：（25＋13）×100＋13^2，25＋13＋1＝39（算齐百位），接着写 69，平方数是 3969。

要熟记 $13^2=169$。

63×63＝3969。

小结：

a．51～59 的剩余数是一位数，一位数的平方最大是两位数，也就是十位个位上的数，因此算出 25 加剩余数的和（个百），接着写剩余数的平方数。

b．61～69 的剩余数是十几，十几的平方数是三位数，要向百位进位，因此算出 25 加剩余数的和（个百），先加十几平方数百位上的数，算齐百位，再接着写十几平方数的十位个位数，这样计算简单。

微课 24　求 51～69 的平方数

练习题十七

求平方数

（1）$54^2=$　　（2）$59^2=$

（3）$62^2=$　　（4）$64^2=$

（5）$55^2=$　　（6）$61^2=$

6.6 计算 81～99 的平方数

例如 91^2、89^2。

计算方法

- **（这个数－补数）×100＋补数 ^{2}**

91^2，91－9＝82（个百），9×9＝81，两数连着写：91^2＝8281。

89^2＝（89－11）×100＋11^2＝7921。

算理探究

为什么可以这样计算?

前面我们已经研究过九十几乘九十几的计算方法：

（一个因数－另一个因数的补数）×100＋补数×补数。

81^2～99^2 是 81～99 之间两个相同的因数相乘，所以计算方法是：

（这个数-补数）×100+补数 ^{2}。

以 100 为标准数，91～99 的补数是一位数，81～89 的补数是两位数。

例题

例 1．计算 92×92。

这样想：92－8＝84，8×8＝64，两数连着写是 8464。

92×92＝8464。

例 2．计算 82^2。

82^2

＝（82－18）×100＋18^2

＝6724。

熟记 18^2＝324。先算齐百位，82－18＋3（进位）＝67（个百），接着写 24。

算九十几的平方数的过程中，没有进位，两数连着写。算八十几的平方数，补数十几的平方是三位数，有进位，要先算齐百位，再接着写十位个位数。

例 3．计算 99^2。

这样想：方法一，99 减补数 1 为 98，补数 1 的平方是 1，十位没有 0 占位，平方数是 9801。

方法二，乘 99，去 1 添补，9801。

$99^2=9801$。

你想过吗？两位数乘 98，就是去 2 添补数的 2 倍。98×98，$98-2=96$，补数 2 的 2 倍是 4，$98\times98=9604$。

76×98，$76-2=74$，$24\times2=48$，积就是 7448。好算耶！

练习题十八

求平方数

（1）$94^2=$　　（2）$96^2=$

（3）$83^2=$　　（4）$87^2=$

（5）$95^2=$　　（6）$81^2=$

6.7　计算 101～119 的平方数

例如计算 101^2，119^2。

计算方法

- **（这个数＋剩余数）×100＋剩余数 ^{2}**

101^2：$101+1=102$（个百），$1^2=1$，十位数没有占位，101^2 是 10201。

$112^2=(112+12)\times100+12^2=12544$。

算理探究

为什么可以这样计算？

我们已经知道，101～109 之间两因数相乘的计算方法是：

（一个因数＋另一个因数的剩余数）×100＋剩余数×剩余数。

101^2～109^2 是 101～109 之间两个相同的因数相乘，所以计算方法

是：（这个数＋剩余数）×100＋剩余数 ^{2}。

以 100 为标准数，101～109 的剩余数是一位数，111～119 的剩余数是两位数。

例题

例 1．计算 103×103。

这样想：103＋3＝106，3×3＝9，103 的平方数是 10609。

103×103＝10609。

例 2．计算 117^2。

117^2

＝（117＋17）×100＋17×17

＝13689。

要熟记 $17^2=289$。先算齐百位，117+17+2=136（个百），接着写 89。

例 3．计算 105^2。

这样想：方法一，105＋5＝110，5×5＝25，两数连着写，平方数是 11025。

方法二，11×10＝110，末两位是 25，平方数是 11025。

方法二按照“同头尾凑十”的方法计算的。“同头尾凑十”不仅仅限于两位数乘两位数。这里把 10 看作“头”。

$105^2=11025$

115^2 按“同头尾凑十”计算：$12\times11=132$，接着写 25，$115^2=13225$。

算齐百位。

例 4．计算 111^2。

这样想：方法一，$(111+11)\times100+11^2$，$111+11+1=123$（个百），接着写 21，平方数是 12321。

方法二，$11\times11=121$（个百），$11+11=22$（个十）（满 20 向百位进 2），个位是 1，12321 是 111^2 的平方数。

方法二用的是“个位都是 1”，这里把 11 看作“头”，“个位是 1”计算方法不仅仅限于两位数乘两位数哦。

方法三，按照“乘 111”的方法，直接得数 12321。

$111^2=12321$

注：有兴趣，自己用竖式算几道三位数乘 111，就可以找到乘 111 的计算方法。自己发现速算方法，那是一件很快乐的事！

微课 26 求 101～119 的平方数

小结：

计算 11^2～19^2，31^2～69^2，81^2～119^2，我们所用的主要方法实质是一样的，即以一个数为标准数进行计算：求 11～19 的平方数以 10 或 20 为标准；求 31～69 的平方数以 50 为标准；求 81～119 的平方数以 100 为标准。

练习题十九

1．求平方数

（1）$104^2=$　　（2）$107^2=$

（3）$112^2=$　　（4）$119^2=$

（5）$115^2=$　　（6）$101^2=$

2．计算

（1）$54^2=$　　（2）$37^2=$

（3）$92^2=$　　（4）$83^2=$

（5）$44^2=$　　（6）$108^2=$

（7）$114^2=$　　（8）$64^2=$

（9）$61^2=$　　（10）$75^2=$

6.8　计算二十几和七十几的平方数

我们已经知道计算 25^2、75^2 与 21^2、71^2 都好算。

别忘了，22 的平方可以这样算：$22^2=11^2\times2^2=484$。

有两个求邻近数平方的算式：

- **较大数 ^{2}＝较小数 ^{2}＋较小数×2＋1**
- **较小数 ^{2}＝较大数 ^{2}－较大数×2＋1**

注：这两个算式的推导很简单，有兴趣的同学可以到《一学就会的闪算》一书中看看。

那么，我们可以算出 24、26 和 29，74、76 和 79 的平方数，例如：

26^2

$=25^2+25\times2+1$

$=676$。

又如：

29^2

$=30^2-30\times2+1$

$=841$。

前面我们算的 34^2，36^2 和 39^2，64^2 和 66^2，69^2 等，也可用这种方法计算，因为 35^2、40^2、65^2、70^2 很好算。

二十几和七十几的平方数还有 23、27、28、72、73、77、78 这 7 个数的平方数，这些数的平方数及所有二十几与七十几的平方可以分别

以 20 和 70 为标准进行计算的方法。

例如 $23^2=(23+3)\times20+3^2=529$。

86×7：56+4=60，接着写 2。
乘 10 后是 6020，再加 64，6084。

又如 $78^2=(78+8)\times70+8^2=86\times70+64=6084$。

算理推导同十几乘十几算法一的推导。

6.9　求任意两位数的平方

求任意两位数的平方数有多种方法，这里推荐一种

计算方法

- **（头＋1）×头，尾×尾，两积连着写，加上（尾×2－10）×头×10。**

这里的“（头＋1）×头”是千位百位上的数，“尾×尾”是十位个位数（哪位没有用 0 占位），“（尾×2－10）×头”是十位上的数，所以在其后面又乘 10。

例如 28×28，（头＋1）×头，尾×尾，两积连着写 664，（尾×2－10）×头×10，（8×2－10）×20＝120，664＋120＝784。

初看有些麻烦，实际上计算中都是一位数乘一位数，比较简单。

注：这种算法是用“神奇速算”的算式推导出来的，这里不作介绍。

例题

例 1．计算 27^2。

这样想：（头＋1）×头，尾×尾，两积连着写 649，（尾×2－10）×头×10，（7×2－10）×20＝80，649＋80＝729。

$27^2=729$。

例 2．计算 77^2。

77^2

$=5649+(7\times2-10)\times70$

$=5649+280$

$=5929$。

这样算：5649＋300－20

例 3．计算 117^2。

把 11 看作“头”。

117^2

$=13249+(7\times2-10)\times110$

$=13249+440$

$=13689$。

通过研究，计算 120 以内两位数的平方，每道题至少我们能用两种方法速算。计算时我选最简单的方法！

一道题常常有多种计算方法，选择简单的方法计算，需要判断，计算中应用不同的算法，并进行比较，可以不断提高判断力。

练习题二十

1．求下列各数的平方

（1）$72^2=$　　（2）$73^2=$

（3）$36^2=$　　（4）$58^2=$

（5）$62^2=$　　（6）$97^2=$

（7）$85^2=$　　（8）$109^2=$

（9）$118^2=$　　（10）$93^2=$

2．你能用几种方法算 41^2？

第 7 章　以两个因数的中间数为标准数进行计算

学会“以两个因数的中间数为标准数”进行计算，一些算式的计算看来是那么简单。例如，$61 \times 79=4900-81=4819$。

两个因数的中间数是这两个因数的平均数。本章只计算中间数是整数的题目。

例如 22×18，（22＋18）÷2＝20，中间数是 20。

以两个因数的中间数为标准数进行计算

计算方法

- **中间数 ^{2}－差 ^{2}。**

这里的“差”是指两个因数与中间数的差。

22×18，中间数是 20，差是 2。

$22\times18=20^2-2^2=400-4=396$。

算理探究

为什么可以这样算呢?

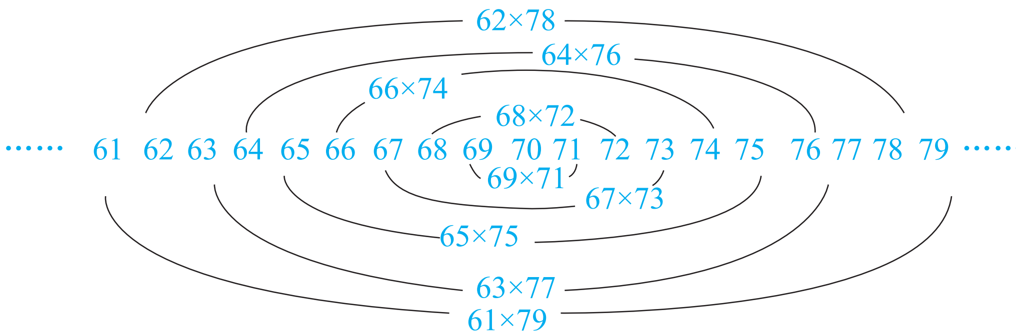
通过算式转化，把两数相乘写成两数和乘两数差。以 22×18 为例进行推导。

$$
\begin{aligned}
&22\times18\\
=&(20+2)\times(20-2)\\
=&20\times20+2\times20-2\times20-2\times2\\
=&\underbrace{20\times20}_{\text{中间数}^2}-\underbrace{2\times2}_{\text{差}^2}\\
=&396
\end{aligned}
$$

只要瞬间能看出中间数、两因数与中间数的差及算出他们的平方数，我们就可以运用以中间数为标准数的方法来速算。

7.1　以整十数为中间数

下图示意以 70 为中间数，可以速算：69×71，68×72，67×73，66×74，65×75，63×77，62×78，61×79，……



通过观察以上算式，十位相差 1，个位和是 10，可以按较大数的十位数为整十数（中间数）进行速算，差是较大数减整十数或整十数减较小数。

例 1．计算 37×43。

这样想：十位相差 1，个位和是 10，40 为中间数，差是 3。

37×43

$=40^2-3^2$

$=1591$。

例 2．计算 89×71。

这样想：十位相差 1，个位和是 10，中间数是 80，差是 9。

89×71

$=80^2-9^2$

$=6319$。

思考：十位相差 3，个位和是 10，可以按中间数为标准数的方法来计算吗?

7.2　以 100 为中间数

例 1．计算 102×98。

这样想：以 100 为中间数，差是 2。

102×98

$=100^2-2^2$

$=9996$。

这道题也可以这样计算：

102×98

$=(102-2)\times100-2\times2$

$=9996$。

两种算法思路不同，算法不同，以 100 为中间数计算比按“九十几乘一百零几”更直接。

例 2．计算 81×119。

这样想：中间数是 100，差是 19。

81×119

$=100^2-19^2$

$=9639$。

这道题也可以这样计算：

81×119

$=(81+19)\times100-19\times19$

$=10000-361$

$=9639$。

显然，这两种方法，以 100 为中间数计算直接些。

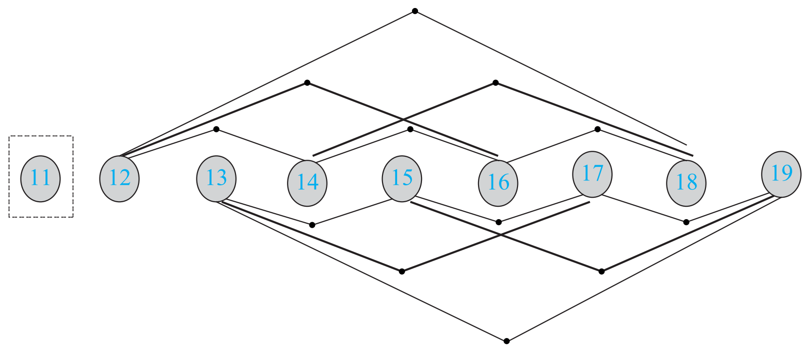
注：在三位数相乘的计算中以整百数为中间数可以计算许多题目。

微课 27　以中间数为标准

7.3　以中间数为标准数计算十几乘十几

我们来观察下图：

以中间数为标准计算十几乘十几示意图



图中把乘 11 除去，因为 11 与十几相乘运用乘 11 的简便方法即可。

从上图中可以总结出：

- **十几乘十几中，两因数同为奇数或同为偶数，可以以中间数为标准数速算。中间数的个位数是两因数个位和的一半。**

这样的题目共 12 道，其中：

（1）属于“同头尾凑十”题型的有：12×18，13×17，14×16，15×15。这样的题目按：“同头尾凑十”计算最简单。

（2）隔数相乘，很容易看出中间数的：12×14，13×15，14×16，15×17，16×18，17×19。（其中 14×16 是“同头尾凑十”。）

第五章我们已经研究了十几乘十几的速算方法，以上方法（包括熟记的 11^2～19^2）有助于进一步提高运算速度。

例 1．计算（1）17×19　　　（2）18×16

这样想：这两道题都是隔数相乘，中间数是两因数中间的数，差为 1。

（1）17×19

$=18^2-1^2$

=323。

（2）18×16

$=17^2-1^2$

=288。

例 2．计算（1）12×18　　　（2）13×19

这样想：（1）题两偶数相乘，且是“同头尾凑十”。（2）题两奇数相乘，中间数的个位（3+9）÷2=6，差是 9−6（或 6−3）=3

（1）12×18

方法一，$12\times18=216$。

方法二，12×18

$=15^2-3^2$

$=225-9$

$=216$。

想一想：不是应该 19−16 吗，为什么 9−6 了呢？

注：按“同头尾凑十”计算更简单。

（2）13×19

$=16^2-3^2$

$=256-9$

$=247$。

我能快速计算 33×29：

$33\times29=31^2-2^2=961-4$

$=957$

这是因为我知道 $31^2=961$。

我记住了 $47^2=2209$，我可以算：

$46\times48=2209-1=2208$，

$45\times49=2209-4=2205$。

通过这章的学习，我知道了可以以中间数速算许多题目，还进一步懂得一道题可以有多种速算方法，我们要选择更简单的方法。第五章研究了适用于十几乘十几所有题目的速算方法，现在又知道其中一些题按“同头尾凑十”和“以中间数为标准数”计算更简单。

不断地进行归纳总结，掌握的运算技巧越多，越灵活运用，计算速度也越快。

练习题二十一

选择恰当的方法速算

1．（1）$29\times31=$　　（2）$77\times83=$

　（3）$56\times64=$　　（4）$23\times37=$

　（5）$67\times73=$　　（6）$98\times102=$

　（7）$87\times113=$　　（8）$72\times68=$

　（9）$82\times118=$　　（10）$94\times106=$

2．（1）$15\times13=$　　（2）$16\times14=$

　（3）$16\times18=$　　（4）$17\times19=$

　（5）$18\times12=$　　（6）$18\times14=$

　（7）$19\times15=$　　（8）$12\times13=$

3．用多种方法速算 13×17。

第 8 章　求完全平方数的平方根

已知一个两位数的平方数，求这个两位数，通过逆向思维，运用逆推法，“看两眼”：一看十位前的数，二眼看个位数，即看出完全平方数的平方根。例如，边长是两位数的正方形，面积是 5329 平方厘米，马上得出边长是 73 厘米。

求完全平方数的平方根，是指已知一个数的平方数，求这个数，是求一个数平方的逆运算。本章我们只研究已知一个两位数的平方数，求这个两位数。

已知一个正方形的面积是 9，它的边长是多少？

也就是 $a^2=9$，我们马上可得出：$a=3$（因为 $3\times3=9$），它的边长是 3。

同样可以很快算出：

当 $a^2=16$ 时，$a=4$

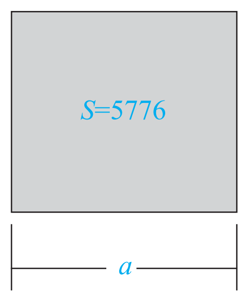
当 $a^2=81$ 时，$a=9$

也就是说，当 a 是一位数时，$a^2\leqslant81$，我们运用九九口诀，立刻得出 a 的值。

a 是两位数，已知 a^2，$a=$？。这样的题怎样算呢？

最小两位数的平方数 $10\times10=100$，最大两位数的平方数 $99\times99=9801$。a^2 可以是 100 至 9801 的三位数和四位数。

如下图，边长是两位数的正方形，面积是 5776（cm）^{2}，边长是多少 cm？



也就是 $s=a^2=5776$，$a=$？

可以这样求出：

（1）看 5776 十位前的数位上的 57，57 介于 7^2（$7\times7=49$）和 8^2（$8\times8=64$）之间，所以这个数应该是 70 多，也就是它十位上的数是 7。

（2）5776 的个位数是 6。我们想到：有 2 个一位数平方的末位是 6，$4^2=16$，$6^2=36$，所以这个数的个位可能是 4，也可能是 6。也就说，这个数可能是 74，也可能是 76。

（3）将原数 5776 与 75^2 做比较：$75^2=5625$（看到 75^2 我们立刻得出 5625），$5776>5625$，所以这个数是 76。

解答：$a=76$，即这个正方形的边长是 76cm。

又如：一个两位数的平方数是 3481，这个两位数是多少？

这样算：

（1）3481 十位前数位上的 34 介于 5 的平方 25 和 6 的平方 36 之间，所以这个两位数的十位数是 5。

（2）3481 的个位数是 1，$1^2=1$，$9^2=81$，所以这个数的个位可能是 1 或者 9。

（3）3481 比 55^2（3025）大，所以两位数的个位是 9。

验证一下：59×59，25＋9＝34，9×9＝81，3481 和原平方数相同。

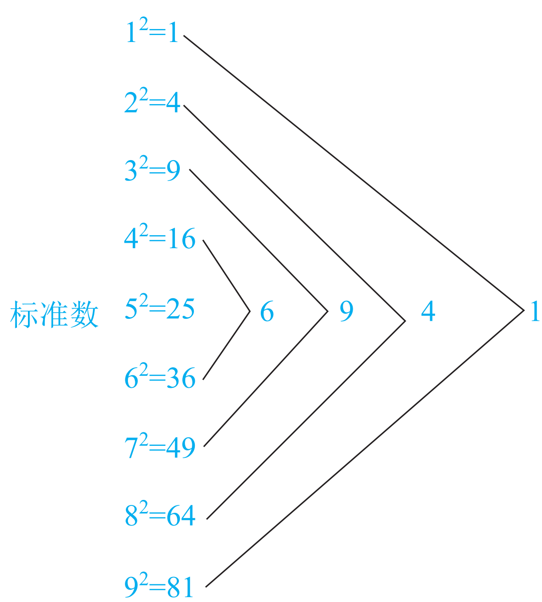
解答：这个两位数是 59。

在中学里，学习开方，知道以上两题是求算术平方根。

已知一个两位数的平方数，求这个两位数。

计算方法

- **看完全平方数十位前数位（千位、百位）上的数是介于哪两个连续自然数的平方数之间，平方根十位上的数就是连续自然数的较小数。**
- **看完全平方数的个位是几。如果是 5，平方根的个位数就是 5。如果不是 5，平方根的个位可能是两个数。如下所示：**



- **将这个完全平方数与已确定的平方根十位上的数和个位是 5，即几十五的平方数做比较。如果完全平方数比几十五的平方数小，平方根的个位是 1～4 中的数；如果完全平方数比几十五的平方数大，平方根的个位是 6～9 中的数。**

例题

例 1．求完全平方数 529 的平方根。

这样想：（1）529 的百位上的 5 介于 2^2（4）和 3^2（9）之间，平方根十位上是 2。

（2）529 的个位是 9，$3^2=9$，$7^2=49$，平方根的个位是 3 或者是 7。

（3）$529<25^2$（625），所以平方根个位是 3。

解答：$\sqrt{529}=23$

例 2．已知边长是两位数的正方形，面积是 7396 平方米，求边长。

这样想：（1）7396 千位百位上的 73 介于 8^2（64）和 9^2（81）之间，平方根十位上是 8。

（2）7396 的个位是 6，$4^2=16$，$6^2=36$，平方根的个位数是 4 或者 6。

（3）7396 大于 85^2（7225），平方根个位是 6。

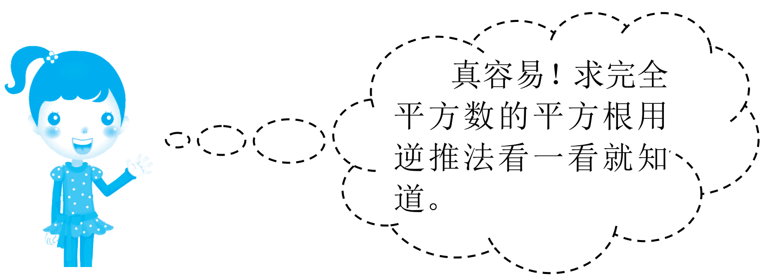
解答：边长是 86 米。

例 3．已知边长是两位数的正方形，面积是 3025 平方米，求边长。

这样想：方法一，3025 十位前的 30 介于 5^2（25）和 6^2（36）之间，平方根的十位数是 5；3025 的个位是 5，平方根的个位数就是 5。

方法二，如果熟悉 $55^2=3025$，那么立刻知道 3025 的平方根是 55。

解答：边长是 55 米。



求熟悉的平方数的平方根就更快啦。$\sqrt{1225}=35$，$\sqrt{5625}=75$，$\sqrt{9025}=95$

微课 28　已知两位数的平方数，求这个两位数

练习题二十二

1．下列各数是两位数的平方，求这个数。

（1）361　　（2）225

（3）289　　（4）324

2．下列各数是两位数的平方，求这个数。

（1）784　　（2）5476

（3）7225　　（4）4761

第 9 章　求完全立方数的立方根

已知一个两位数的立方数，求这个两位数， 如同上一章，通过逆向思维，运用逆推法，“看两眼”：一看百位前的数，二看个位数，即看出完全立方数的立方根。例如，棱长是两位数的正方体，体积是 493039 立方毫米，马上得出棱长是 79 毫米。

求一个完全立方数的立方根，是指已知一个数的立方数，求这个数，是求一个数立方数的逆运算。本章我们只研究已知一个两位数的立方数，求这个两位数。

已知一个正方体的体积是 8，它的棱长是多少？也就是 $a^3=8$，我们马上可求出：$a=2$（因为 $2\times2\times2=8$），它的棱长是 2。

这显然需要我们熟记 1 至 9 的立方数：

$1^3=1$	$2^3=8$	$3^3=27$
$4^3=64$	$5^3=125$	$6^3=216$
$7^3=343$	$8^3=512$	$9^3=729$

你注意到了吗：**1～9 这 9 个数字在 1～9 的立方数的尾数中都只出现过一次**。这一点很重要，能帮助我们求完全立方数的立方根。

1，4，6，9 的立方数的个位数还是 1，4，6，9，而 2，3，5，7，8 的立方数的个位数分别是它们的补数 8，7，5，3，2。

找到这些规律能帮助我们又快又准地记住 1 至 9 的立方数。

善于找规律，无论在数学研究还是生活中都非常重要。

微课 29 抓住特点，熟记 1～9 的立方数

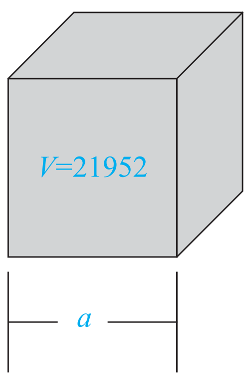
我们记住 1 至 9 的立方数，可以很快算出：

$a^3=343$，$a=7$。

$a^3=729$，$a=9$。

已知两位数的立方数，怎样求这个两位数呢？首先要知道最小的两位数的立方数是 $10^3=1000$，最小的三位数的立方数 $100^3=1000000$，两位数的立方数是大于等于 1000，小于 1000000 的四位数、五位数、六位数。

如果棱长是两位数的正方体体积是 21952 立方米，棱长是多少米？如下图。



$a=$？米

这样算：

（1）21952 百位前数位上的 21 介于 2^3（8）和 3^3（27）之间，那么这个两位数是 20 多，十位上就是 2。

（2）21952 的个位数是 2，$8^3=512$ 的个位是 2，这个两位数的个位

是 8。

验证：28×28×28＝21952，计算正确。

解答：棱长是 28 米。

又例如：一个两位数的立方数是 636056，这个数是多少？

这样算：（1）看 636056 百位前数位上的 636 是介于 $8^3=512$ 和 $9^3=729$ 之间，这个两位数十位上的数是 8。

（2）636056 的个位是 6，$6^3=216$ 的个位是 6，所以，这个两位数的个位是 6。

解答：这个两位数是 86。

已知一个两位数的立方数，求两个两位数

计算方法

- **先看完全立方数百位前数位上的数是介于哪两个连续自然数的立方数之间，立方根十位上的数就是连续自然数的较小数。**
- **再看立方数个位是几，和 1～9 的立方数相对照，和哪个数立方的个位数相同，立方根的个位就是那个数。**

例题

例 1．一个两位数的立方数是 103823，求这个数。

这样想：103823 的百位前数位上的 103 介于 $4^3=64$ 和 $5^3=125$ 之间，立方根十位上是 4。103823 的个位是 3，$7^3=343$，立方根个位数是 7。

解答：$\sqrt[3]{103823}=47$。

这个数是 47。

例 2．体积是 389017（cm）^{3} 立方体盒子的两位数棱长是多少？

这样想：389017 的百位前是 389，389 介于 7^3（343）和 8^3（512）之间，立方根十位是 7。389017 的个位是 7，$3^3=27$，立方根个位数是 3。

解答：体积是 389017（cm）^{3} 立方体盒子的棱长是 73 cm。

微课 30 已知两位数的立方数，求这个两位数

练习题二十三

1．下列各数是一位数的立方数，求这个数

（1）216　　（2）343

（3）512　　（4）729

2．下列各数是两位数的立方数，求这个数

（1）50653　　（2）778688

（3）148877　　（4）262144

练习题答案

练习题一

1．标准数是 100

已知数	23	47	8	108	117	84	99
补数	77	53	92			16	1
剩余数				8	17		

2．（1）100－68＝32　　（2）100－54＝46

（3）1000－823＝177　　（4）1000－732＝268

（5）10000－4873＝5127　　（6）10000－1228＝8772

（7）3600－4　＝3596　　（8）6700－84＝6616

练习题二

1．（1）5×37＝185　　（2）86×5＝430

（3）624×5＝3120　　（4）5×461＝2305

（5）5431×5＝27155　　（6）5×1234＝6170

2．（1）80÷5＝16

（2）98÷5＝19……3（$19\frac{3}{5}$ 或 19.6）

（3）139÷5＝27……4（$27\frac{4}{5}$ 或 27.8）

（4）315÷5＝63

（5）4423÷5＝884……3（$884\frac{3}{5}$ 或 884.6）

（6）7180÷5＝1436

练习题三

1．（1）64×25＝1600　　（2）87×25＝2175

（3）25×48＝1200　　（4）124×25＝3100

（5）25×252＝6300　　（6）25×809＝20225

2．（1）700÷25＝28

（2）321÷25＝12……21（$12\frac{21}{25}$ 或 12.84）

（3）950÷25＝38

（4）467÷25＝18……17（$18\frac{17}{25}$ 或 18.68）

（5）512÷25＝20……12（$20\frac{12}{25}$ 或 20.48）

（6）1203÷25＝48……3（$48\frac{3}{25}$ 或 48.12）

练习题四

1．（1）16×11=176　　（2）11×24=264

（3）11×86=946　　（4）97×11=1067

2．（1）431×11=4741　　（2）11×326=3586

（3）11×833=9163　　（4）576×11=6336

3．（1）396÷11＝36　　（2）495÷11＝45

（3）737÷11＝67　　（4）517÷11＝47

练习题五

1．（1）7×99＝693　　（2）99×4＝396

（3）999×8＝7992　　（4）4×9999＝39996

（5）9×55＝495　　（6）9×444＝3996

2．（1）68×99＝6732　　（2）99×24＝2376

（3）73×99＝7227　　（4）853×999＝852147

（5）999×241＝240759　　（6）7171×9999＝71702829

3．（1）67×999＝66933　　（2）14×999＝13986

（3）99×6＝594　　（4）999×8＝7992

（5）345×9999＝3449655　　（6）9999×21＝209979

4．（1）17×9＝153　　（2）9×24＝216

（3）9×43=387　　（4）62×9=558

（5）456×99=45144　　（6）99×721=71379

练习题六

（1）12×12=144　　（2）13×13=169

（3）14×13=182　　（4）17×16=272

（5）15×16=240　　（6）16×19=304

（7）17×12=204　　（8）19×19=361

练习题七

（1）92×97=8924　　（2）93×98=9114

（3）95×96=9120　　（4）94×99=9306

练习题八

（1）105×107=11235　　（2）104×103=10712

（3）106×108=11448　　（4）103×109=11227

练习题九

（1）92×107=9844　　（2）108×93=10044

（3）97×105=10185　　（4）109×99=10791

（5）103×92=9476　　（6）98×106=10388

练习题十

1.（1）26×15=13×（2×15）=390

（2）35×14=35×2×7=490

（3）45×18=45×2×9=810

（4）48×55=24×（2×55）=2640

（5）80×35=40×（2×35）=2800

（6）65×44=65×2×2×11=2860

或＝13×11×2×（2×5）＝2860

2．

$$75\times\begin{cases}12=75\times4\times3=900\\48=75\times4\times12=3600\\88=75\times4\times22=6600\\16=75\times4\times4=1200\\96=75\times4\times24=7200\end{cases}$$

练习题十一

1．（1）15×15＝225　（2）25×25＝625

（3）35×35＝1225　（4）45×45＝2025

（5）55×55＝3025　（6）65×65＝4225

（7）75×75 ＝5625　（8）85×85＝7225

（9）95×95＝9025

2．（1）52×58＝3016　（2）36×34＝1224

（3）81×89＝7209　（4）67×63＝4221

（5）76×74＝5624　（6）24×26＝624

3．47×43。

练习题十二

1．（1）66×28＝1848　（2）37×22＝814

（3）88×82＝7216　（4）55×19＝1045

（5）42×99＝4158　（6）32×38＝1216

2．共 81 道“合十重复数”算式，其中有 9 个是“同头尾凑十”。

3．44×19＝836，44×28＝1232，44×37＝1628，44×46＝2024，44×55＝2420，44×64＝2816，44×73＝3212，44×82＝3608，44×91＝4004，共 9 道算式。

练习题十三

1．（1）62×42＝2604　（2）93×13＝1209

（3）$78\times38 = 2964$　　（4）$24\times26=624$

（5）$87\times27=2349$　　（6）$64\times77=4928$

2．只有 1 个算式：28×88。

练习题十四

1．（1）$21\times91=1911$　　（2）$61\times21=1281$

（3）$71\times21=1491$　　（4）$31\times91=2821$

2．共 9 道算式。$51\times11=561$，$51\times21=1071$，$51\times31=1581$，$51\times41=2091$，$51\times51=2601$，$51\times61=3111$，$51\times71=3621$，$51\times81=4131$，$51\times91=4641$。

练习题十五

1．（1）$56\times45=2520$　　（2）$63\times34=2142$

（3）$18\times78=1404$　　（4）$27\times89=2403$

2．共 8 道算式。$72\times12=864$，$72\times23=1656$，$72\times34=2448$，$72\times45=3240$，$72\times56=4032$，$72\times67=4824$，$72\times78=5616$，$72\times89=6408$。

练习题十六

（1）$42^2=1764$　　（2）$43^2=1849$

（3）$37^2=1369$　　（4）$34^2=1156$

（5）$35^2=1225$　　（6）$31^2=961$

练习题十七

（1）$54^2=2916$　　（2）$59^2=3481$

（3）$62^2=3844$　　（4）$64^2=4096$

（5）$55^2=3025$　　（6）$61^2=3721$

练习题十八

（1）$94^2=8836$　　（2）$96^2=9216$

（3）$83^2=6889$　　（4）$87^2=7569$

（5）$95^2=9025$　　（6）$81^2=6561$

练习题十九

1．（1）$104^2=10816$　　（2）$107^2=11449$

（3）$112^2=12544$　　（4）$119^2=14161$

（5）$115^2=13225$　　（6）$101^2=10201$

2．（1）$54^2=2916$　　（2）$37^2=1369$

（3）$92^2=8464$　　（4）$83^2=6889$

（5）$44^2=1936$　　（6）$108^2=11664$

（7）$114^2=12996$　　（8）$64^2=4096$

（9）$61^2=3721$　　（10）$75^2=5625$

练习题二十

1．（1）$72^2=5184$　　（2）$73^2=5329$

（3）$36^2=1296$　　（4）$58^2=3364$

（5）$62^2=3844$　　（6）$97^2=9409$

（7）$85^2=7225$　　（8）$109^2=11881$

（9）$118^2=13924$　　（10）$93^2=8649$

2．你能用几种方法算 41^2？

方法一，$25-9=16$，$9\times9=81$，1681。（四十几平方数简算法）

方法二，$4\times4=16$，$4+4=8$，1，1681。（几十一乘几十一）

方法三，$40^2+40\times2+1=1681$（比 40 多 1）

方法四，$2001+(2\times1-10)\times40=1681$（通用法）

方法五，$(41+1)\times40+1^2=1681$。（以 40 为标准数计算）

方法六，$(41-9)\times50+9\times9=1681$（以 50 为标准数计算）

还有……

练习题二十一

1．（1）$29\times31=30^2-1=899$

（2）$77\times83=80^2-3^2=6391$

（3）$56\times64=60^2-4^2=3584$

（4）$23\times37=30^2-3^2=851$

（5）$67\times73=70^2-3^2=4891$

（6）$98\times102=100^2-2^2=9996$

（7）$87\times113=100^2-13^2=9831$

（8）$72\times68=70^2-2^2=4896$

（9）$82\times118=100^2-18^2=9676$

（10）$94\times106=100^2-6^2=9964$

2．（1）$15\times13=195$　（2）$16\times14=224$

（3）$16\times18=288$　（4）$17\times19=323$

（5）$18\times12=216$　（6）$18\times14=252$

（7）$19\times15=285$　（8）$12\times13=156$

3．用多种方法速算 13×17。

方法一，“同头尾凑十”221。

方法二，以中间数 15 为标准数 $15^2-2^2=221$。

方法三，以 10 为标准数，$(13+7)\times10+3\times7=221$。

方法四，以 20 为标准数，$(13-3)\times20+3\times7=221$。

练习题二十二

1．（1）19　（2）15　（3）17　（4）18

（逆用熟记的 11～19 的平方数）

2．（1）28　（2）74　（3）85　（4）69

练习题二十三

1．（1）6　（2）7　（3）8　（4）9

2．（1）37　（2）92　（3）53　（4）64

参 考 书 目

[1] 刘开云、李燕燕、王毅，一学就会的闪算，北京：电子工业出版社，2014.9

[2] 亚瑟·本杰明、迈克尔·谢尔默，生活中的魔法数学，北京：中国传媒大学出版社，2009.7

[3] 刘后一，算得快，北京：中国少年儿童出版社，2004.1

[4] 柳强殷，超右脑 19×19 口诀，天津：天津教育出版社，2006.3

[5] 魏德武、过水根，神奇速算，福州：福建人民出版社，2010.1

[6] 健本聪，快速提高计算力，海口：南海出版公司，2010.1

[7] 高桥清一，有趣的印度数学，长沙：湖南科学技术出版社，2010.6

[8] 瓦利·纳瑟，风靡全球的心算法印度式数学速算，北京：中国传媒大学出版社，2010.3